

# AWGN 信道中 8-PSK TCM 抗噪声性能的改进

蒋旭宇，毕笃彦

(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

**摘要:**以误差序列的欧氏重量为度量,改进了传统编码方案中自由欧氏距离的算法,并且通过简化条件译码概率的计算对 Viterbi 最大似然译码算法进行了优化,从而提高了系统的抗噪声性能。最后通过 MATLAB 仿真验证了该改进方案具有较高的渐近编码增益,使系统性能更逼近理论限。

**关键词:**TCM; 自由欧氏距离; Viterbi 最大似然译码算法

**中图分类号:** TN76   **文献标识码:**A   **文章编号:**1009-3516(2006)01-0067-03

在加性高斯白噪声(Additive White Gaussian Noise)信道中,按照传统方法,信道编码与调制是分开独立设计的<sup>[1]</sup>。因此,误码性能的改善是以降低信息速率为代价的。在接收端进行解调译码时,采用硬判决将导致一部分信息的损失。与硬判决相比,当采用软判决时,信噪比将至少有 1dB 的改善<sup>[2]</sup>。但此时由于汉明距离与欧氏距离之间并不存在一一对应的单调映射关系,所以当一个码字具有最大的汉明距离时并不一定具有最大的欧氏距离<sup>[3]</sup>。在非衰落信道的条件下,网格编码调制(TCM)技术以自由欧氏距离为度量,把信道发送端的编码和调制作为一个整体进行设计,使得编码调制后产生的信号具有最大的自由欧氏距离。

## 1 编码方案

### 1.1 TCM 好码搜索

搜索 TCM 好码的依据是自由欧氏距离。对文献[4]定义的自由欧氏距离作如下改进。定义接收到的信号集的误差序列为  $e(D) = e_k D^k + e_{k+1} D^{k+1} + \dots + e_{k+L} D^{k+L}$ , 其中,  $e_k, e_{k+L} \neq 0, L \geq 0$ 。码字  $e_j$  的欧氏重量为  $w(e_j) = \min d[a(z), a(z \oplus e_j)]$ ,  $\{z\} = \{z^m, \dots, z^1, z^0\}$  为码字集合,  $a(\cdot)$  为码字到信号的映射。由此得

$$\sum_{i=k}^{k+L} d^2[a(y_i), a(y_i \oplus e_i)] \geq \sum_{j=k}^{k+L} w^2(e_j) = w^2[e(D)] \quad (1)$$

式中的  $y_i$  为接收信号序列, 不等式中的等号可由文献[5] 定理得到保证。由此重新定义自由欧氏距离:

$$d_{\text{free}}^2 = \min w^2[e(D)] \quad (2)$$

式中  $e(D) \neq 0$ 。定义  $q(e_j)$  为码字  $e_j$  的尾零数。由集合分块映射的概念, 有  $w(e_j) \geq \Delta_{q(e_j)}$ , 对于大多数的  $e_j$  等号成立, 所以用  $\Delta_{q(e_j)}$  代替  $w[e(D)]$  的误差可以忽略不计, 式(2) 可进一步改写为

$$d_{\text{free}}^2 = \min_{e_j \neq 0} \sum_n \Delta_{q(e_j)}^2 \quad (3)$$

与文献[4] 中的定义式相比, 式(3) 形式有所简化, 计算量也随之减少, 虽然因此而导致自由欧氏距离的计算精度有所下降, 但下降的程度在本方案设计的允许范围之内。在式(3) 的基础上, 采用 Larsen 的自由距双向搜索算法, 并且采用若干规则来加快搜索速度<sup>[6]</sup>。搜索结果列于表 1。

### 1.2 确定网格图和编码器结构

对于 8 状态 8-PSK TCM, 由于并行路径将使码的自由欧氏距离限制在不大于  $\Delta_2$  的范围内<sup>[7~8]</sup>, 所以没有并行路径的方案将优于有并行路径的方案。经过搜索, 我们找到了 8 状态 8-PSK TCM 的网格图, 见图 1。

收稿日期:2005-03-29

作者简介:蒋旭宇(1978-),男,浙江杭州人,博士生,主要从事通信与信息系统研究;

毕笃彦(1962-),男,陕西扶风人,教授,博士生导师,主要从事通信与信息系统。

表 1 8-PSK TCM 好码

$v$	$m$	$H^0(D)$	$H^1(D)$	$H^2(D)$	$d_{\text{free}}$	$G_{8-\text{PSK}/4-\text{PSK}}$
2	1	5 <sub>(8)</sub>	2 <sub>(8)</sub>	- <sub>(8)</sub>	2.000	3.01
3	2	11	02	04	2.293	3.60
4	2	23	06	10	2.586	4.13
5	2	43	04	20	2.879	4.59
6	2	105	012	030	3.172	5.01
7	2	277	054	122	3.293	5.17

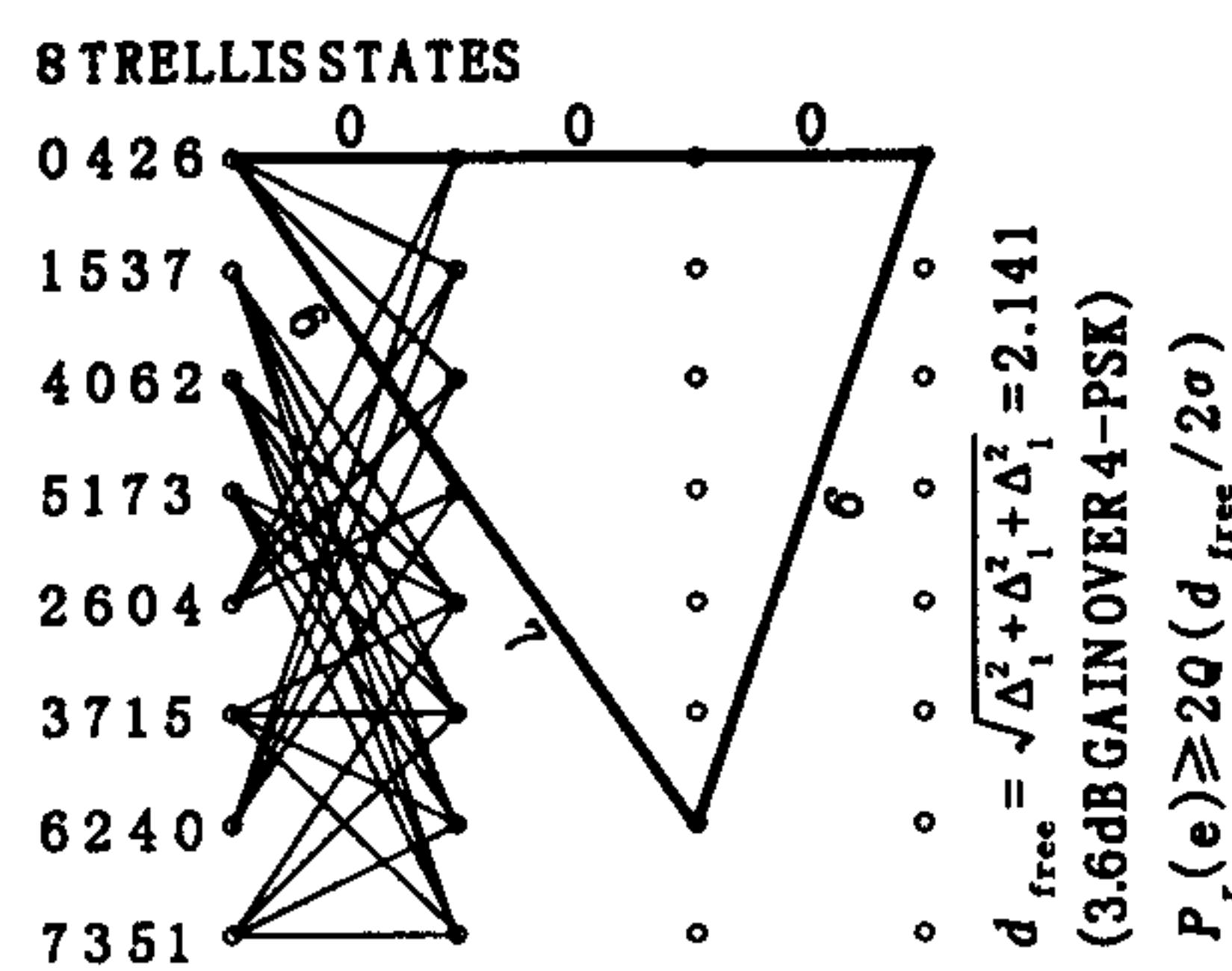


图 1 8 状态 8-PSK TCM 网格图

由图 1 所确定的映射规则,推导出(3, 2, 3)系统卷积码编码器的一致校验矩阵,其系数由表 1 给出,表达如下: $H(D) = [H^2(D) H^1(D) H^0(D)] = [4 \ 2 \ 11] = [D \ D^2 \ D^3 + 1]$ 。由此可得生成多项式矩阵为 $G(D) = \begin{bmatrix} D & 1 & 0 \\ 1 & D^2 & D \end{bmatrix}$ 。由计算所得的  $H(D)$  和  $G(D)$  可以给出相应的(3, 2, 3)系统卷积码编码器,见图 2。

由图 2 可得各输入与输出的关系:

$$y_1 = x_1, T_1 = T_3, y_2 = x_2, T_2 = T_1 + x_1, y_0 = T_3, T_3 = T_2 + x_2 \quad (4)$$

式(4)中的“+”号都为模 2 加。根据图 2 和式(4)可以得到(3, 2, 3)系统卷积码的状态转移关系,见表 2。

表 2 (3, 2, 3) 系统卷积码状态转移表

输出 ( $S: T_3 T_2 T_1$ )	输入( $x_2 x_1$ )
$S_0$	00 $y_2 y_1 y_0 / S_i = 000/S_0$ 010/ $S_2$ 100/ $S_1$ 110/ $S_3$
$S_1$	001/ $S_4$ 011/ $S_6$ 101/ $S_5$ 111/ $S_7$
$S_2$	000/ $S_1$ 010/ $S_3$ 100/ $S_6$ 110/ $S_2$
$S_3$	001/ $S_5$ 011/ $S_7$ 101/ $S_4$ 111/ $S_6$
$S_4$	000/ $S_2$ 010/ $S_0$ 100/ $S_3$ 110/ $S_1$
$S_5$	001/ $S_6$ 011/ $S_4$ 101/ $S_7$ 111/ $S_5$
$S_6$	000/ $S_3$ 010/ $S_1$ 100/ $S_2$ 110/ $S_0$
$S_7$	001/ $S_7$ 011/ $S_5$ 101/ $S_6$ 111/ $S_4$

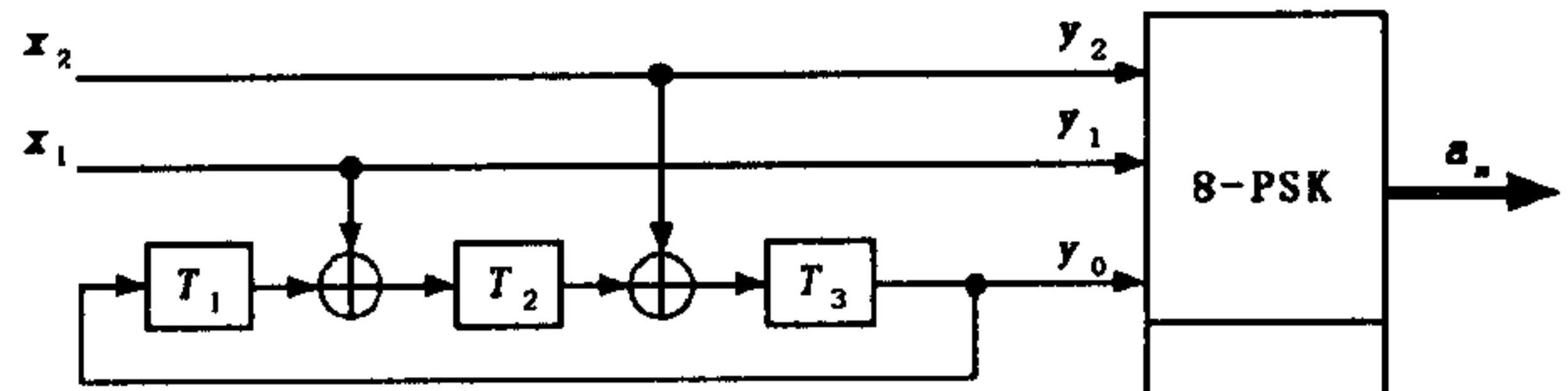


图 2 8 状态(3, 2, 3) 系统卷积码编码器

## 2 译码方案

以 Viterbi 最大似然译码算法为基础,对条件译码概率的计算进行了改进,以使 Viterbi 最大似然译码算法得到优化。

以  $r$  来表示接收端接收到的一个码元序列,  $r = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ , 其中每一个  $y_i$  都包含了  $m$  比特。用  $y^i$  的形式来表示  $y_i$  中的第  $i$  个比特,其度量值为  $b$ ,并且  $b \in \{0, 1\}$ 。同样,以  $s$  来表示发送端发送的一个码元序列,  $s = [x_1, x_2, \dots, x_k]$ , 其中每一个  $x_u$  都包含了  $q$  比特。我们用  $x^j$  的形式来表示  $x_u$  中的第  $j$  个比特,其度量值为  $a$ ,并且  $a \in \{0, 1\}$ 。同时,以  $I$  和  $O$  分别表示系统的输入量与输出量。由此定义条件译码概率为

$$P[(y^i = b) | O] = P[(y^i = b) | r] / P[(y^i = b) | I] \quad (5)$$

在 AWGN 信道中,可以认为  $s$  中的每一个比特相互之间都是独立的。由此我们可以得到

$$P[(y^i = b) | O] = \frac{\prod_{j=1}^m P[(y^j = x^j) | I]}{P[(y^i = b) | I]} = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m P[(y^j = x^j) | I] \quad (6)$$

根据贝叶斯公式及 BCJR 算法,  $s$  的后验概率  $P[s | r]$  可以表示为

$$P[s | r] = P[r | s] P[s] / P[r] \quad (7)$$

因此,由式(6)和式(7),我们可以得到  $P[(y^i = b) | O] = \sum_{s \in S_b} P[r | s] \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m P[(y^j = x^j) | I] \circ S_b^i = \{s \in S | x^i = b\}$  代表星座图  $S$  中某一个点的集合。 $s$  中第  $i$  个比特的度量值为  $b$ ,并且  $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ ,  $b \in \{0, 1\}$ 。

在 AWGN 信道中,星座图  $S$  中的每一个点都被同时传送,因此我们可以得到条件译码概率的改进形式为

$$P[(y^i = b) | O] = \sum_{s \in S_b} P[r | s]$$

### 3 仿真结果

图3表示本文采用的8状态8-PSK TCM方案经MATLAB仿真得到的与未编码QPSK系统在误码率性能方面所作的比较。仿真结果表明,在AWGN信道中,在高信噪比条件下,编码系统与未编码系统相比可以获得明显的编码增益。由图3可知,当误码率为 $10^{-3}$ 时,8状态8-PSK TCM与未编码的QPSK系统相比可获得4.1dB的编码增益。这比文献[4]在相同条件下所获得的3dB的编码增益还要高1.1dB。随着信噪比的缓慢增加,8状态8-PSK TCM的仿真误码率曲线迅速逼近渐近误码率的理论下限。这说明在高信噪比条件下,译码的误差主要发生在具有自由欧氏距离的路径之间。

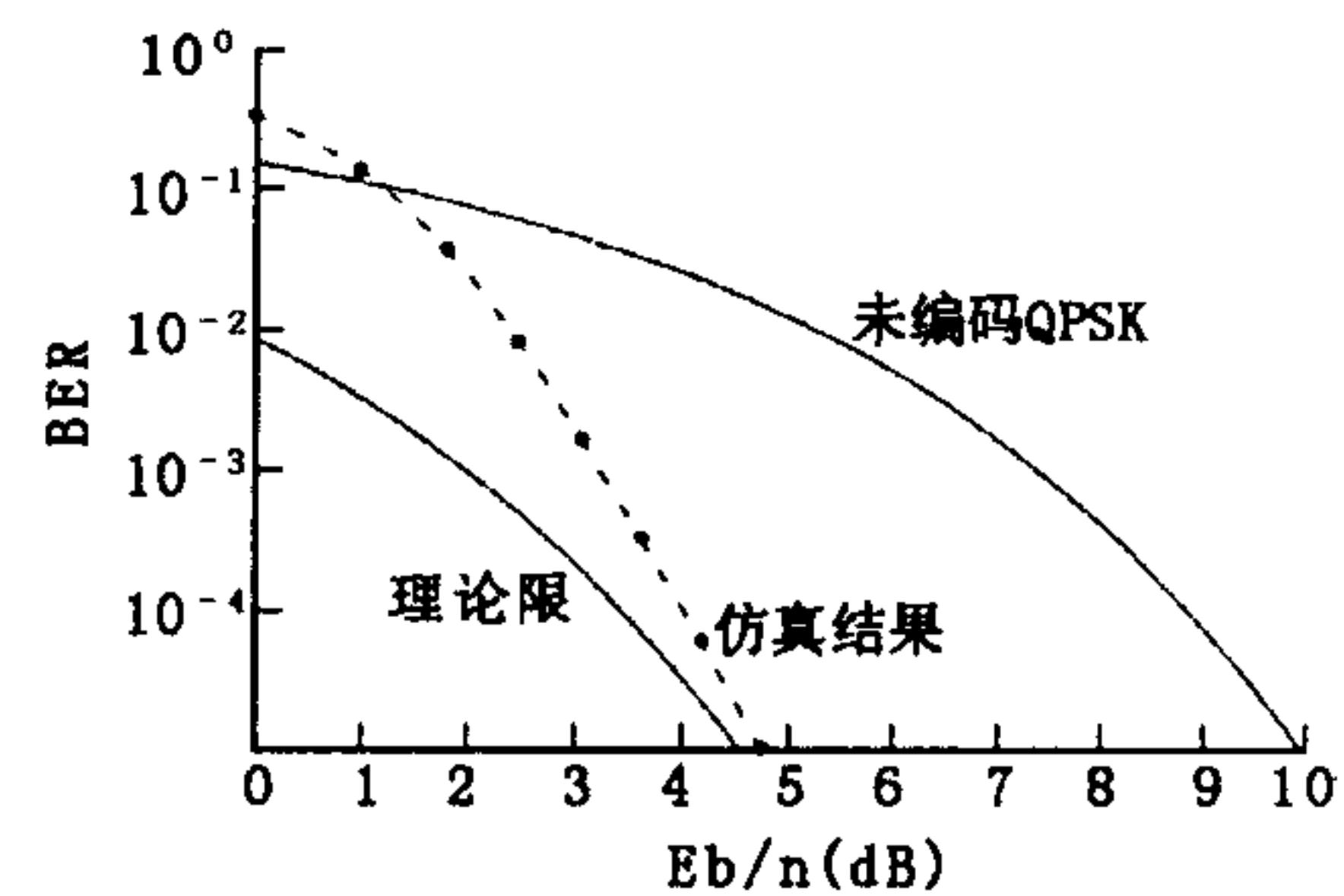


图3 8状态8-PSK TCM与未编码QPSK系统的误码率比较

### 4 结论

在AWGN信道中,以误差序列的欧氏重量为度量来计算自由欧氏距离、以及通过简化条件译码概率的计算来优化Viterbi最大似然译码算法,可以有效地提高8状态8-PSK TCM的抗噪声性能。并且随着信噪比的缓慢增加,仿真曲线迅速逼近理论限,从而系统可以在信噪比增加较少的情况下获得较高的渐近编码增益,也使得本方案具有较大的实用价值。

#### 参考文献:

- [1] 王新梅,肖国镇. 纠错码—原理与方法[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2001.
- [2] Dan Raphaeli, Assaf Gurevitz. Constellation Shaping for Pragmatic Turbo-Coded Modulation With High Spectral Efficiency [J]. IEEE Transactions on Communications, 2004, 52(3): 341–345.
- [3] Sangho Choe, Costas N Georghiades. A Trellis-Coded DS-CDMA System in Correlated Rayleigh Fading Channels [J]. IEEE Transactions on Communications, 2005, 53(3): 405–407.
- [4] Ungerboeck G. Channel Coding with multilevel/phase signals [J]. IEEE Trans Information Theory, 1982, 28: 55–67.
- [5] Wang Chung-Hsuan, Wang Wei-Ting, Chao Chi-chao. A Unified Structure of Trellis-Based Soft-Output Decoding Algorithms for Turbo Codes [J]. IEEE Transactions on Communications, 2004, 52(8): 1355–1366.
- [6] 曹志刚,居红兵. TCM好码的计算机搜索[J]. 电子学报,1991,19(6): 65–72.
- [7] Wei L F. Rotationally Invariant Convolutional Channel Coding With Expanded Signal Space – Part I: 180 degrees [J]. IEEE SAC, 1984, 2(5): 659–671.
- [8] Wei L F. Rotationally Invariant Convolutional Channel Coding With Expanded Signal Space – Part II: nonlinear codes [J]. IEEE SAC, 1984, 2(5): 672–686.

(编辑:姚树峰)

## An Improvement on the Bit Error Rate of 8 - PSK TCM in AWGN Channel

JIANG Xu-yu, BI Du-yan

(The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China)

**Abstract:** This thesis briefly introduces the theory of TCM. By using the Euclidean Weight of error sequences as the coding metric, the algorithm of the Free Euclidean Distance in traditional coding schemes is improved, and the Viterbi Maximum-Likelihood decoding algorithm is optimized by simplifying the calculation of the conditional decoding probability, thus the improvement has been made in the performance of the whole system. Finally, it is verified that this scheme can get higher asymptotic coding gain through MATLAB simulation, which makes the system performance approach the asymptotic limit in theory compared with the traditional scheme.

**Key words:** Trellis-coded modulation; Free Euclidean Distance; Viterbi Maximum-Likelihood Decoding Algorithm