一种新的减少交叉项的时频分布分析

潘　琪，　姚佩阳
(空军工程大学 电讯工程学院，陕西 西安　710077)

摘　要:针对时频分布中的交叉项问题,引入了重排理论,结合魏格纳——霍夫变换,提出了一种新的减少交叉项的方法——重排魏格纳—霍夫变换,实验验证该方法在抑制交叉项和提高时频分布检测性能方面的有效性。

关键词:重排方法;魏格纳—霍夫变换;交叉项
中图分类号: TN911　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009 - 3516(2005)06 - 0066 - 03

时频分布是一种分析时变—非平稳信号的有力工具,但交叉项的存在严重影响了信号的检测性能。魏格纳—霍夫变换是一种较为有效的减少交叉项的方法[1],在此基础上,本文将重排方法引入其中,提出了一种新的减少交叉项的方法—重排魏格纳—霍夫变换,实验表明该方法抑制交叉项的能力优于魏格纳—霍夫变换,有效提高了时频分布的检测性能。

1　重排方法

重排方法的目的是通过重新安排信号在时频平面内的能量分布,以改善信号分量聚集的尖峰。信号经过重排后,在时频面上任意点的值是以该点为中心的邻域内信号能量的平均值,求平均的运算不仅可以使振荡的交叉项衰减,而且也会使信号分量扩散[2]。将重排理论引入时频分布,最为突出的优点是它可以兼顾时频分布的时频聚集性改善和交叉项的减小。因此,基于重排理论所得到的时频分布的扩展形式可以进一步提高信号检测性能。

重排方法的出发点是重排公式(1)

$$p(t,f) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\phi(t',f')W_z(t-t',f-f')\mathrm{d}t'\mathrm{d}f' \tag{1}$$

该式表明,时频分布在时频平面任意点(t,f)的值是所有乘积项$\phi(t',f')W_z(t-t',f-f')$之和,它可看作是在$(t,f)$的邻近点$(t-t',f-f')$上的加权魏格纳分布. 于是,时频分布$P(t,f)$是在以$(t,f)$点为中心的邻域内的信号能量的平均值,并以核函数$\phi(t',f')$的基本支撑区为其支撑区. 这以求平均的运算不仅可以是振荡的交叉项衰减,而且也会使信号分量扩散。

研究发现,即使原时频分布在某个时频点(t,f)没有任何能量,但是如果在该点附近存在某个非零的时频分布值,则加权后的时频分布也会在点(t,f)取非零值,因此,对式(1)式进行修正,得到如下重排公式[3]:

$$P_M(t',f') = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}P(t,f)\delta(t'-\hat{t}(t,f))\delta(f'-\hat{f}(t,f))\mathrm{d}t\mathrm{d}f \tag{2}$$

其中:

$$\hat{t}(t,f) = t - \frac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}t'\phi(t',f')W(t-t',f-f')\mathrm{d}t'\mathrm{d}f'}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}t'\phi(t',f')W(t-t',f-f')\mathrm{d}t'\mathrm{d}f'}$$

$$\hat{f}(t,f) = f - \frac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f'\phi(t',f')W(t-t',f-f')\mathrm{d}t'\mathrm{d}f'}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\phi(t',f')W(t-t',f-f')\mathrm{d}t'\mathrm{d}f'}$$

收稿日期:2005 - 03 - 16
作者简介:潘　琪(1981 -),女,湖北武汉人,硕士生,主要从事信息与信号处理研究.

魏格纳分布是一种最基本的时频分布，信号 $s(t)$ 的魏格纳分布定义为

$$W_z(t,f) = \int_{-\infty}^{\infty} z\left(t+\frac{\tau}{2}\right) z^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi\tau f} d\tau \tag{3}$$

式(3) 中 $z(t)$ 是 $s(t)$ 的解析信号.

将式(3) 代入式(2) 中，得到重排魏格纳分布表达式为

$$W_P(t',f') = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} W_z(t,f)\delta(t'-\hat{t}(t,f))\delta(f'-\hat{f}(t,f))\,dt\,df =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(t+\frac{\tau}{2}\right) z^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi\tau f}\delta(t'-\hat{t}(t,f))\delta(f'-\hat{f}(t,f))\,d\tau\,dt\,df \tag{4}$$

式(4) 表明，在任意点的重排魏格纳分布是所有原魏格纳分布在该点的值之和。总而言之，重排方法的引入使信号在时频平面内的能量分布重新安排，从而改善信号分量聚集的尖峰。

2　魏格纳 — 霍夫变换(WHT)

Hough 变换是一种特征检测方法，它可以将平面里复合某种特征的图形映射为另一个二维平面上的一个点，从而使得在时频域中对线性调频脉冲信号的检测和估计记忆转化为检测和估计图像中的直线问题。

霍夫变换可以把直角坐标表示的图像中的每个点 (x,y) 变换为极坐标中一条相关的正弦曲线，曲线上每一点的幅度等于图像中像素点 (x,y) 的亮度[4]。这样，图像中的所有点，通过霍夫变换转换为在极坐标中相交的一束正弦曲线。因此，如果图像中某些亮度值高的像素点聚集在一条直线附近，那么将在极坐标平面内观察到一个波峰。

将霍夫变换应用到魏格纳分布中，就得到一种新的变换：魏格纳 — 霍夫变换。它的定义式如下：

$$\mathrm{WH}_x(\rho\theta) = \int_T W_x(t,\omega_0+mt)\,dt = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_T x\left(t+\frac{\tau}{2}\right)x^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right)e^{-j2\pi(\omega_0+mt)\tau}\,dt\,d\tau\,\Big|_{\substack{m=-\mathrm{ctg}\theta \\ \omega_0=\rho/\sin\theta}} \tag{5}$$

上式表明，若 $x(t)$ 是参数为 ω_0 和 m 的 LFM 信号，则积分值最大；而当参数偏离 ω_0 或 m 时，积分值迅速减小，即对一定的 LFM 信号，其 WHT 会在对应的参数 (m,ω_0) 处呈现尖峰。

用 Matlab 6.0 对某回波信号进行仿真实验，加入了信噪比为 1 dB 的高斯白噪声处呈现尖峰。

图 1 所示为该信号的魏格纳 — 霍夫变换图。图中可以看到两个较为突出的尖峰及其周围的小尖峰，小尖峰是由于相干项的存在造成的，当信号分量增多时就会影响到信号的检测。

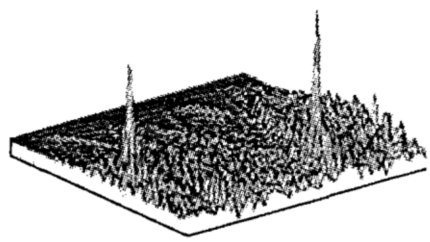

图 1　魏格纳 — 霍夫变换图

3　重排魏格纳 — 霍夫变换(RWHT)

为了进一步减小交叉项，提高时频分布的性能，结合重排理论，得到一种新的变换 —— 重排魏格纳 —— 霍夫变换。

比较式(2)、(3)、(4)、(5)，得到其定义式如下：

$$\mathrm{WH}_P = \int_T PW(t,\omega_0+mt)\,dt =$$

$$\int_T W_z(t,\omega_0+mt)\delta(t'-\hat{t}(t,\omega_0+mt))\delta(f'-\hat{f}(t,\omega_0+mt))\,dt =$$

$$\int_T\int_{-\infty}^{\infty} z\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\; z^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right)e^{-j2\pi\tau(\omega_0+mt)}\delta(t'-\hat{t}(t,\omega_0+mt))\delta(f'-$$

$$\hat{f}(t,\omega_0+mt))\,d\tau\,dt =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_T z\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\; z^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right)e^{-j2\pi\tau(\omega_0+mt)}\delta(t'-\hat{t}(t,\omega_0+mt))\delta(f'-$$

$$\hat{f}(t,\omega_0+mt))\,d\tau\,dt$$

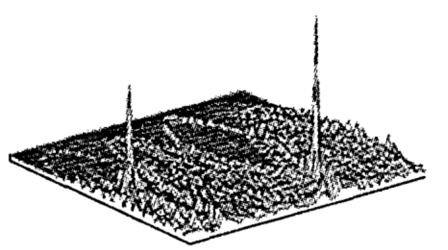

图 2　重排魏格纳 — 霍夫变换图

对图 1 所示的信号进行重排魏格纳 —— 霍夫变换，结果如图 2 所示。

4 实验结果

图 3 是某回波信号的 WHT 局部图,图 4 是该信号的 RWHT 局部图。

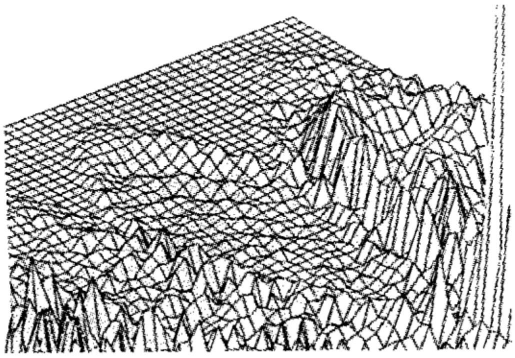

图 3 WHT 局部图

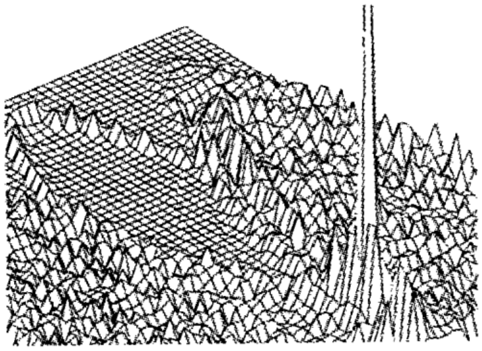

图 4 RWHT 局部图

对比两图,显而易见,信号经过 RWHT 后的交叉项较之 WHT 得到了更好的抑制,而且代表目标信号的尖峰更为突出,更有利于目标的识别。因此 RWHT 极为有效的减少了交叉项的干扰,进一步提高了时频分布的检测性能。

5 结束语

重排方法的基本思想是对现有的时频分布进行修正,即把时频平面上的某一点计算的值移到另一点去表示,从而提高多分量信号的时域和频域定位能力,同时大大减小交叉干扰。实验结果表明,本文提出的重排魏格纳—霍夫变换可以更为有效的抑制交叉项,使目标尖峰更为突出,因此有望应用到编队飞机架次检测中。

参考文献:

[1] 张贤达. 非平稳信号分析与处理[M]. 北京:国防工业出版社.

[2] 魏庆国. 非平稳信号时频分析的重排方法及其在语音信号处理中的应用[J]. 南昌大学学报,2004,28(2):174 - 177.

[3] Auger F,Flandrin P. Generalization of the Reassignment Method to All Bilinear Time - Frequency and Time - Scale Representation [J]. Proc IEEE ICASSP,1994,(4):317 - 320

(编辑:门向生)

Analysis of a New Time - frequency Distribution of Suppressing the Cross - terms

PAN Qi, YAO Pei - yang

(The Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University,Xi'an,Shaanxi 710077, China)

Abstract:The method of the Reassignment for suppressing the cross - terms is introduced in this paper. With this method and WHT, a new Time - frequency distribution - RWHT is proposed. The results of computer simulation show and verify the validity of the distribution in suppressing the cross - terms and improving the detection capability of Time - frequency Distribution.

Key words:reassignment method; WHT; cross - term