

## 基于最大 Lyapunov 指数的压气机最先失速级判定

伍友利<sup>1,2</sup>, 吕建伟<sup>2</sup>, 董福安<sup>1</sup>, 李世飞<sup>1,2</sup>

(1. 空军工程大学理学院, 陕西西安 710051; 2. 空军工程大学工程学院, 陕西西安 710038)

**摘要:** 研究某型发动机 8 级轴流压气机级间压力信号的最大 Lyapunov 指数, 提出将最大 Lyapunov 指数的零点作为失速的判据, 最大 Lyapunov 指数最先达到零点的那一级就是最先失速级。数值试验结果表明该方法可在压气机深度失速前 0.2 s 检测到失速起始信号, 且最先失速级为第三级。

**关键词:** 最大 Lyapunov 指数; 压气机; 最先失速级

**中图分类号:** V23    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1009-3516(2005)02-0015-03

研究失速信号的传统方法多为试验法<sup>[1]</sup>。近年来,随着信号处理技术的发展,研究人员对失速信号的检测已经发展了多种方法,如基于频谱分析的失速检测方法<sup>[2]</sup>、基于时频-小波分析的失速检测方法<sup>[3]</sup>等。由于压气机的不稳定流动状态是一种非线性极强的非定常现象,结合非线性理论和方法对失速信号的检测是一种新的探索。由于决定系统长期演化的任一变量的时间演化,均包含了系统所有变量长期演化的信息。因此可以通过决定系统长期演化的任一单变量时间序列来研究系统的非线性行为。

## 1 发动机失速/喘振时的动力学特性

Greitzer 的研究表明发动机进入失速/喘振时的动力学特性(参见文献[4]图 8)为发动机失速时离开其稳定工作点,跳跃到不稳定工作点  $a$ ,最后收敛到一个不动点,压力和流量都显著降低;发动机喘振时,跳跃到不稳定工作点  $b$ ,形成一个喘振极限环。在失速或喘振时,发动机都由其稳定工作点跳跃到一个不稳定的工作点,并且失速和喘振有时同时出现,所以我们不妨认为发生失速的起始工作点和发生喘振的起始工作点具有相同的动力学特性,即  $a$  和  $b$  都是极限环上的点。根据混沌理论,我们可以利用极限环上 Lyapunov 指数的性质判定压气机的最先失速级。

## 2 基于最大 Lyapunov 指数的压气机最先失速级判定方法

Lyapunov 指数定量地描述了相空间中相邻轨道呈指数发散的性质。若 Lyapunov 指数小于零,表示相体积收缩,运动稳定,且对初始值不敏感;若 Lyapunov 指数等于零,则对应临界状态,即稳定的边界;若 Lyapunov 指数大于零,表示相邻轨道分离,长时间行为对初始值非常敏感,运动呈现混沌状态。

### 2.1 极限环处的 Lyapunov 指数值

Lyapunov 指数的大小表明相空间中相近轨道的平均收敛或发散的指数率, Lyapunov 指数是很一般的特征数值,它对每种类型的吸引子都有定义。对于耗散系统, Lyapunov 指数谱不仅描述了各条轨道的性态,而且还描述了从一个吸引子吸引域出发的所有轨道的稳定性性态<sup>[5]</sup>。

对于二维动力系统,吸引子或者是不动点,或者是极限环。对于不动点,  $(\lambda_1, \lambda_2) = (-, -)$ ; 对于极限环,如果取相空间中两邻近点之间的距离始终垂直于环线的方向,它一定要收缩,此时 Lyapunov 指数为负;

收稿日期: 2004-06-14

基金项目: 陕西省自然科学基金资助项目(2000C03)

作者简介: 伍友利(1979-), 男, 湖南常德人, 硕士生, 研究方向为非线性动力学与混沌理论。



当取相空间中两邻近点之间的距离沿轨道切线方向时,它既不增大也不缩小,此时 Lyapunov 指数为零。Haken 已经证明对于这类不终止于不动点而又有界的轨道至少有一个 Lyapunov 指数等于零<sup>[6]</sup>。所以极限环的 Lyapunov 指数为  $(\lambda_1, \lambda_2) = (-, -)$ 。

由以上分析可以看出,对于稳定的极限环,其最大 Lyapunov 指数为零。由于发动机失速时其工作点位于一个稳定的极限环上,所以我们可以把实测压气机数据最大 Lyapunov 指数的第一个零点作为其失速的判断,各级压气机中,最大 Lyapunov 指数最先达到零点的一级为压气机的最先失速级。

## 2.2 从时间序列提取最大 Lyapunov 指数的方法

估计  $\lambda_1$  的方法很多,本文采用 Rosenstein 等提出的小数据量方法<sup>[7]</sup> 计算时间序列的最大 Lyapunov 指数。该方法对小数据序列可靠,计算量小,相对容易操作,而且具有很强的自适应性和鲁棒性,精度高,通用性强。小数据量方法具体计算步骤如下:

- 1) 对时间序列  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  进行快速傅立叶变换(FFT),计算出时间延迟  $\tau$  和平均周期  $P$ 。
- 2) 计算出关联维数  $d$ ,再由  $m \geq 2d + 1$  确定嵌入维数  $m$ 。
- 3) 根据  $\tau$  和  $m$  重构相空间  $\{X_1, X_2, \dots, X_M\}$ , 其中  $X_i = \{x_i, x_{i+\tau}, \dots, x_{i+(m-1)\tau}\}$ ,  $M = N - (M-1)\tau$ 。
- 4) 寻找相空间中每个点  $X_j$  的最近邻点  $X_j^{\wedge}$ , 并限制短暂分离,即  $d_j(0) = \min_{\hat{j}} \|X_j - X_j^{\wedge}\|, |j - \hat{j}| > P$ 。
- 5) 计算出  $X_j$  邻点对第  $i$  个离散时间步后的距离,  $d_j(i) = \|X_{j+i} - X_{\hat{j}+i}^{\wedge}\|, i = 1, 2, \dots, \min(M-j, M-\hat{j})$ 。
- 6) 对每个  $i$ , 求出所有  $j$  的  $\ln d_j(i)$  的平均值  $y(i)$ , 即  $y(i) = \frac{1}{k\Delta t} \sum_{j=1}^k \ln d_j(i)$ ,  $k$  为非零  $d_j(i)$  的数目。
- 7) 用最小二乘法作出  $y(i)$  的回归直线,该直线的斜率就是最大 Lyapunov 指数  $\lambda_1$ 。

## 3 数值实验

针对某型发动机的八级轴流压气机级间压力信号进行分析,具体试验过程见文献[1]。取 1~6 级压气机压力数据,每级 12 万个,采样频率为 10 kHz。将这 12 万个数据按顺序分成 120 组,每组 1 000 个数据(小数据量方法在数据长度在 100 到 1 000 时能获得满意的结果<sup>[7]</sup>),则每组数据对应的时间为 0.1 s,对这 120 组数据分别计算其 Lyapunov 指数,可以近似认为 Lyapunov 指数随时间连续变化。

重构相空间,用小数据量方法计算每一组数据的最大 Lyapunov 指数。给出压气机失速前和刚进入失速时的最大 Lyapunov 指数,图 1 为压气机失速前的最大 Lyapunov 指数图,图中直线的斜率即为最大 Lyapunov 指数值,显然  $\lambda_1 < 1$ 。图 2 为压气机进入失速时的最大 Lyapunov 指数图,显然  $\lambda_1 = 0$ 。

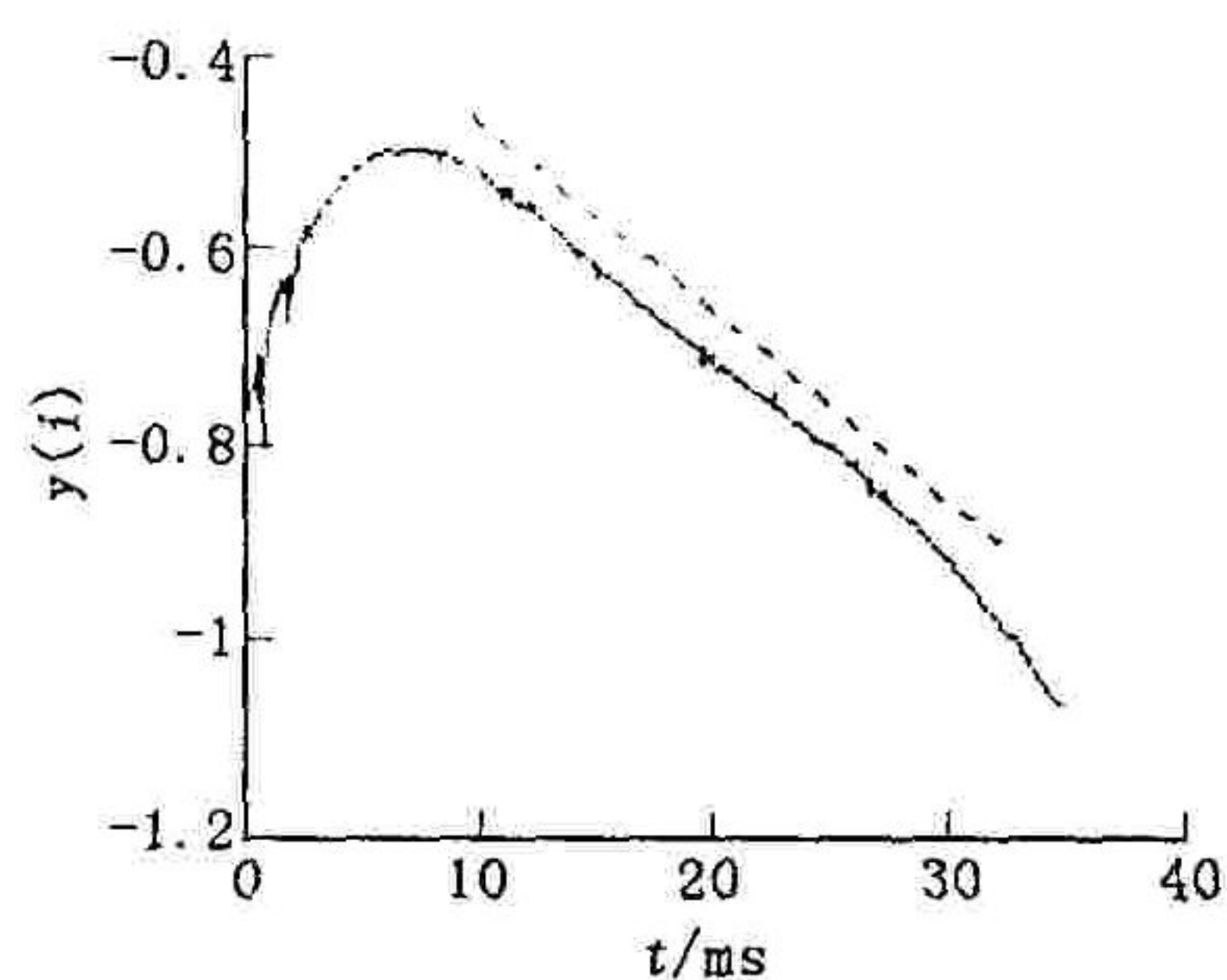


图1 失速前  $\lambda_1$

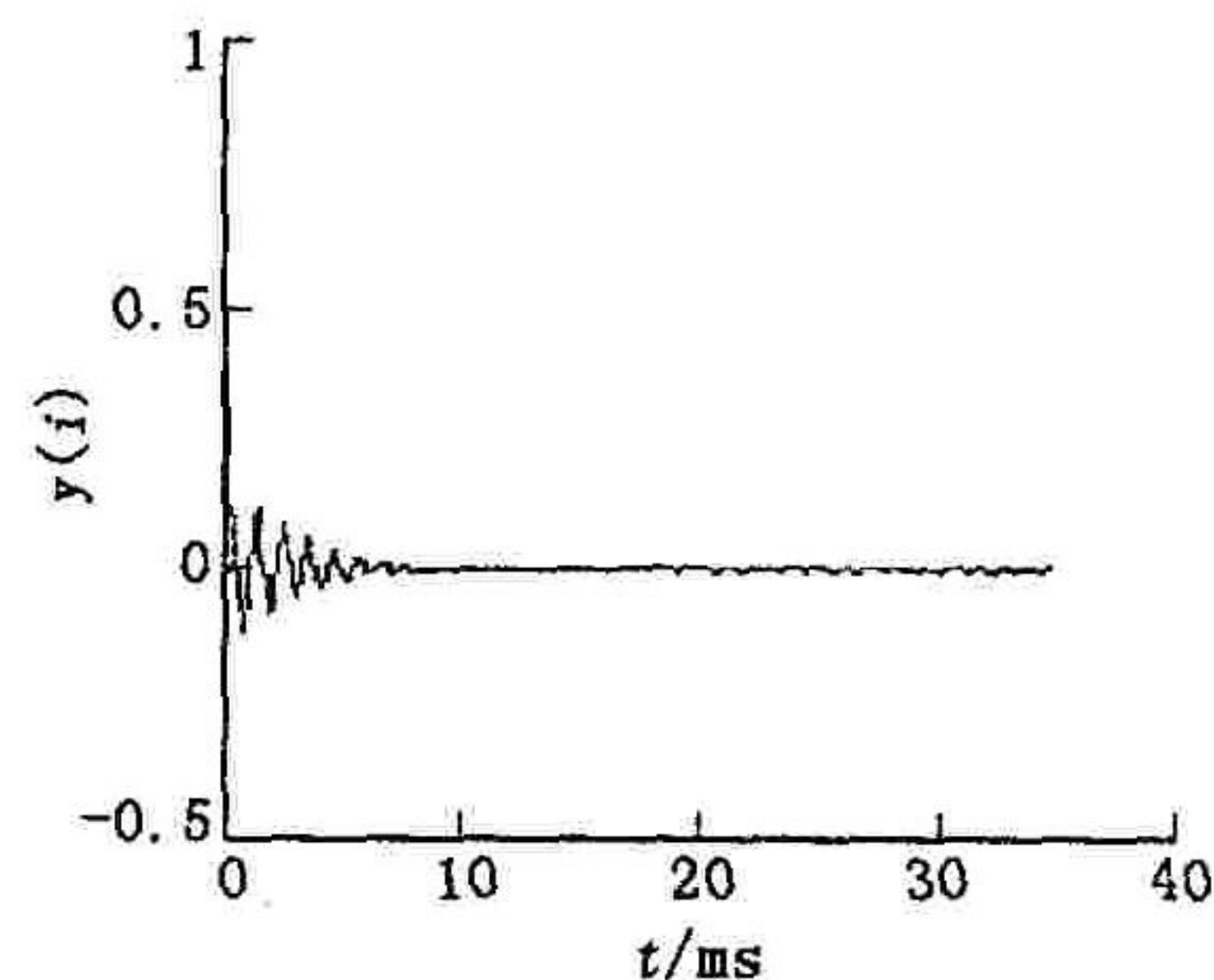


图2 进入失速时的  $\lambda_1$

计算出每一级压气机每组数据的最大 Lyapunov 指数,作出最大 Lyapunov 指数随时间变化曲线图 3。

图 3 中每一级压气机最大 Lyapunov 指数随时间变化的曲线分为三段,第一段压气机在稳定的工作点工作,系统稳定,  $\lambda_1$  为负;随发动机参数的变化,压气机失速,其工作点在极限环的边界上,  $\lambda_1$  为零,经过一小段时间压气机深度失速收敛到一个不动点,  $\lambda_1$  又变为负。令数据采集的初始时刻  $t = 0$ ,比较每一级压气机  $\lambda_1$  达到零点的时间,第三级在 9.4 s 时最大 Lyapunov 指数首先达到零点,第二级在 9.5 s 时达到零点,其余各级在 9.6 s 时达到零点,压气机进入深度失速,即压气机最先失速级为第三级,与文献[1]、[2]、[3]的结果一致。本方法可以在压气机进入深度失速前 0.2 s 检测到压气机失速信号,比文献[2]的结果(0.02~0.05 s)好,更有利于对压气机进行主动控制,抑制或延缓压气机进入深度失速。



## 4 结论

1) 经过最大 Lyapunov 指数分析,在压气机失速发生时刻,可以准确检测到其压力信号最大 Lyapunov 指数为零,从而可以据此判定压气机失速,比较每一级最大 Lyapunov 指数首次达到零点的时间可以确定压气机的最先失速级。本方法可以在压气机进入深度失速前 0.2 s 检测到失速信号,有利于对压气机进行主动控制,抑制或延缓压气机进入深度失速。

2) 用最大 Lyapunov 指数分析压气机级间压力数据的方法是检测压气机失速先兆手段的新探索。

3) 加大采样频率、增加数据量、提高最大 Lyapunov 指数计算精度,可以进一步提高检测的精确度。

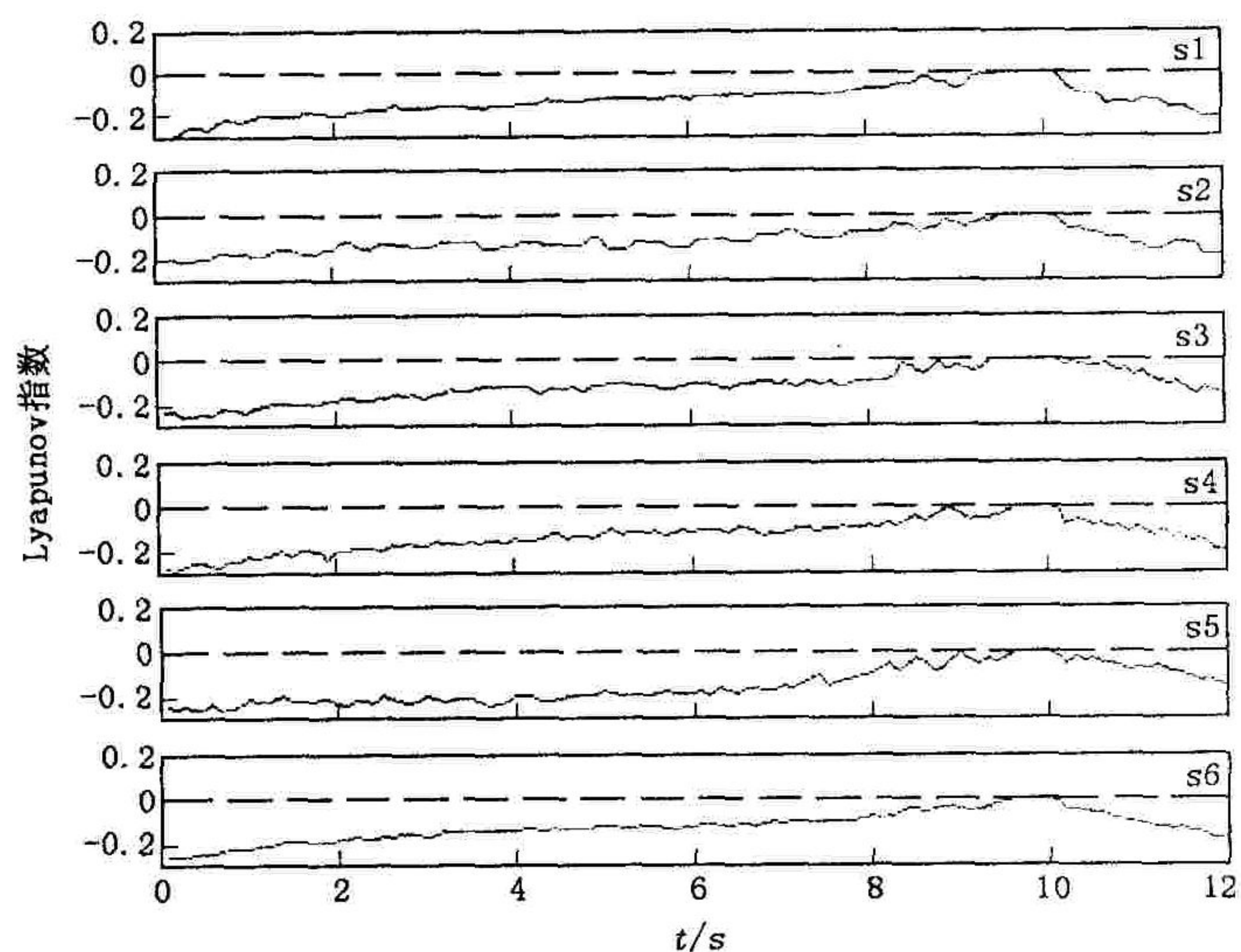


图3 压气机各级最大 Lyapunov 指数随时间的变化曲线

## 参考文献:

- [1] 江涛,李应红,李军.某型发动机压气机最先失速级的试验研究[J].航空动力学报,2001,17,(1):80-82.
- [2] 张朴,魏洋亭,李应红.某型发动机旋转失速压力信号的频谱分析[J].空军工程大学学报(自然科学版),2003,4(4):5-7.
- [3] 吕建伟,李军.基于时频-小波分析的压气机失速过程研究[J].燃气涡轮试验与研究,2004,(5):490-494.
- [4] Greitzer E M. Surge and Rotating Stall in Axial Flow Compressors[J]. ASME Journal of Eng for Power,1975,98:190-217.
- [5] Wolf A, Swinney H L. Determining Lyapunov Exponents From a Time Series[J]. Physica D, 1985, (16):285-317.
- [6] Haken H. Advanced Synergetics[M]. New York:Springer-Verlag,1983.
- [7] Rosenstein M T, Collins J J, De Luca C J. A Practical Method for Calculating Largest Lyapunov Exponents From Small Data Sets [J]. Physica D,1993,(65):117-134.

(编辑:姚树峰)

### The Determination of Stall in the Compressor Based on the Analysis of the Largest Lyapunov Exponent

WU You - li<sup>1,2</sup>, LV Jian - wei<sup>2</sup>, DONG Fu - an<sup>1</sup>, LI Shi - fei<sup>1,2</sup>

(1. The Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710051, China; 2. The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China)

Abstract: The largest Lyapunov exponents of the pressure signal between the stages of the eight - stage axial compressor of a certain engine is researched. It is presented that, taking zero of the largest Lyapunov exponent as the criterion of the stall of the compressor, the stage whose largest Lyapunov exponent first reaches zero is the stage of the first stall. Computational results demonstrate that the method can detect stall inception signal of compressor 0.2s before the start of deep rotating stall, and the third stage is the stage of the first stall.

Key words: the largest Lyapunov exponent; compressor; the stage of the first stall