

小波包变换及其在低信噪比雷达信号检测中的应用

刘东红, 张永顺

(空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800)

摘要:雷达对目标进行检测之时,常常遇到目标回波信号被噪声污染的问题。为了把弱目标信号从强噪声背景中检测出来,对小波包变换良好的时频分析特性进行了分析,根据信号与噪声具有不同的 Lipschitz 指数,通过引入子频带 ∞ -范数,对信号和噪声进行频谱分析,将最佳子空间的熵值及最佳子空间在完整二叉树中的位置参数作为特征量,应用浮动阈值去噪方法,解决了低信噪比情况下的雷达信号检测。最后,通过计算机的数值计算,模拟了小波包变换和小波变换在低信噪比雷达信号检测中的具体应用,得出了在低信噪比信号检测方面小波包变换优于小波变换的结论。

关键词:小波包变换;小波变换;浮动阈值;信号检测

中图分类号:TN957.51 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2004)06-0030-04

雷达检测目标时,需要消除噪声而从中提取目标信息。消噪法有最佳滤波法、快速数据关联滤波法^[1]、频域 LMS 法^[2]、零点分配法^[3]等等。混有噪声的雷达回波信号经采样后可得到时域内的随机信号序列,利用小波包分解,可将该时域随机信号序列映射为时间尺度域各子空间内的随机系数序列。对于一个给定的正交小波,一个长度为 $N = 2^L$ 的信号最多可以有 2^L 种不同的分解方式,这恰好是一个深度为 L 的完整二叉树的数目,是一个非常庞大的数目,一般来说,用枚举的方法进行一一列举是难以想象的事情。

本文基于小波包变换的良好性能,应用浮动阈值去噪方法,解决了低信噪比情况下的弱信号检测:根据信号与噪声具有不同的 Lipschitz 指数,通过引入子频带 ∞ -范数,对信号和噪声进行频谱分析,把弱信号从强噪声背景中检测出来。通过计算机的数值计算,表明该方法简单、可靠、效果良好。另外,此方法还可广泛地应用于目标识别^[4]、特征信号提取^[5]、动态测试和故障诊断等领域。

1 小波包数学模型

定义子空间 U_j^n 是函数 $u_n(t)$ 的闭包空间,而 $u_j^{2^n}$ 是函数 $u_{2^n}(t)$ 的闭包空间,并令 $u_n(t)$ 满足下列双尺度方程:

$$\begin{cases} u_{2^n}(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbf{Z}} h_k u_n(2t - k) \\ u_{2^{n+1}}(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbf{Z}} g_k u_n(2t - k) \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\{h_k\}$ 和 $\{g_k\}$ 为多分辨分析(MRA)中定义的共轭滤波器,且 $g_k = (-1)^k h_{1-k}$ 两系数具有正交关系。显然, $u_0(t)$ 和 $u_1(t)$ 分别为尺度函数 $\varphi(t)$ 和小波函数 $\psi(t)$,而 $u_{2^n}(t)$ 和 $u_{2^{n+1}}(t)$ 分别为对应于尺度函数和小波函数方程。在小波包分解中,令 U_j^n 表示 $\{2^{j/2} u_n(2^j t - k) | k \in \mathbf{Z}\}$ 的线性张成的闭包,记

$$U_j^n = \text{clos} \{ 2^{j/2} u_n(2^j t - k) | k \in \mathbf{Z} \}, j \in \mathbf{Z}, n \in \mathbf{Z} \quad (2)$$

式(2)是由规范正交基 $\{2^{j/2} u_n(2^j t - k) | k \in \mathbf{Z}\}$ 构成的 Hilbert 空间 $L^2(\mathbf{R})$ 的子空间 U_j^n ,将尺度子空间 V_j 和小波子空间 W_j 用子空间 U_j^n 统一起来表征,令

$$\begin{cases} U_j^0 = \text{clos} \{ 2^{j/2} \varphi_n(2^j t - k) | k \in \mathbf{Z} \} = V_j \\ U_j^1 = \text{clos} \{ 2^{j/2} \psi_n(2^j t - k) | k \in \mathbf{Z} \} = W_j \end{cases} \quad j \in \mathbf{Z} \quad (3)$$

收稿日期:2004-01-04

基金项目:军队科研基金资助项目

作者简介:刘东红(1977-),男,河北邢台人,博士生,主要从事防空武器电子对抗、信号处理研究;
张永顺(1961-),男,陕西咸阳市人,教授,博士生导师,主要从事防空武器电子对抗研究。

则 Hilbert 空间的正交分解 $V_{j+1} = V_j \oplus W_j$, 就可以用 U_{j+1} 的分解统一表示, 即 $U_{j+1}^0 = U_j^0 \oplus U_j^1, j \in \mathbf{Z}$ 。且对任意 $n \in \mathbf{Z}$, 有 $U_{j+1}^n = U_j^{2n} \oplus U_j^{2n+1}, j \in \mathbf{Z}$ 。这样, 就可以对小波空间 W_j 再按二进制方式细分为

$$W_j = U_{j-k}^{2^k} \oplus U_{j-k}^{2^k+1} \oplus \dots \oplus U_{j-k}^{2^k+m} \oplus \dots \oplus U_{j-k}^{2^k+1-1} \quad (4)$$

其中: $m = 0, 1, \dots, 2^k, 2^k - 1; k = 1, 2, \dots, j; j = 1, 2, \dots$, 这样, 与子空间序列 $U_{j-k}^{2^k+m}$ 对应的规范正交基 $\{2^{(j-k)/2} u_{2^k+m}(2^{j-k}t - l); l \in \mathbf{Z}\}$ 称为小波包^[6]。

小波包分解是在小波分解的基础上对 W_j (高频段) 也在进行分解, 小波包对 W_j 的分解相当于 W_j 的第 j 个频带被分割成 2^k 个子频带, 克服了小波变换只能对 V_j 空间而不能对 W_j 空间进行分解的局限。对小波包变换的理解, 这里以一个 3 层的分解来说明, 其小波包分解树如图 1 所示。图中 A 表示低频, D 表示高频, 末尾的序号表示小波包分解的层数(也即尺度数), 分解关系为: $S = AAA3 + DAA3 + ADA3 + DDA3 + AAD3 + DAD3 + ADD3 + DDD3$ 。

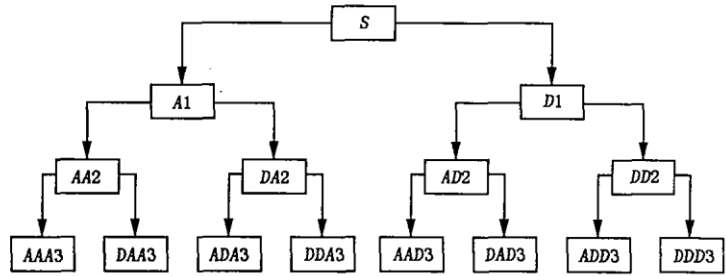


图 1 3 层小波包分解树

2 小波包算法

小波包算法由小波包分解算法和小波包重构算法组成。如果处理某一信号 $x(t)$, 能得到的只是有限的分辨率, 设该信号是在分辨率 2^N 下进行的, $x(t)$ 在 U_N^0 中的系数表示为 $\{d_k^{N,0} | k \in \mathbf{Z}\}$, 其中:

$$d_k^{N,0} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) 2^{N/2} W_0(2^N t - k) dt \quad (5)$$

$x(t)$ 在子空间 U_j^n 中的系数表示为 $\{d_l^{j,n} | l \in \mathbf{Z}\}$ 其中:

$$d_l^{j,n} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) 2^{j/2} W_n(2^j t - k) dt \quad (6)$$

则 $x(t)$ 在子空间 U_j^{2n} 和 U_j^{2n+1} 中的系数表示 $\{d_l^{j,2n} | l \in \mathbf{Z}\}$ 和 $\{d_l^{j,2n+1} | l \in \mathbf{Z}\}$ 分别为

$$d_l^{j,2n} = \sum_{k \in \mathbf{Z}} h_{k-2l} d_k^{j+1,n} \quad (7)$$

$$d_l^{j,2n+1} = \sum_{k \in \mathbf{Z}} g_{k-2l} d_k^{j+1,n}$$

式(7)即为小波包分解算法。而小波重构算法是由 $\{d_l^{j,2n} | l \in \mathbf{Z}\}$ 与 $\{d_l^{j,2n+1} | l \in \mathbf{Z}\}$ 求 $\{d_l^{j+1,n} | l \in \mathbf{Z}\}$, 即

$$d_l^{j+1,n} = \sum_{k \in \mathbf{Z}} (h_{l-2k} d_k^{j,2n} + g_{l-2k} d_k^{j,2n+1}) \quad (8)$$

3 小波包去噪法

3.1 瞬时信号模型

对一个预处理信号 $x(t)$, 设其中含有真正的信号 $s(t)$ 和噪声 $n(t)$, 具体模型为

$$x(t) = s(t) + n(t) \quad (9)$$

其中, $n(t)$ 为零均值的高斯白噪声, 方差为 σ^2 。不失一般性, 不妨设瞬时信号 $s(t)$ 为

$$s(t) = \sum_{i=1}^M A_i \exp[-a_i(t - t_i)] \sin[2\pi f_i(t - t_i) + \varphi_i] u(t - t_i) \quad (10)$$

其中: $A_i, a_i, t_i, f_i, \varphi_i$ 分别是第 i 个信号的幅度、衰减指数、到达时间(或跳变点)、频率和初相位; $u(t)$ 是单位阶跃函数。

3.2 $s(t)$ 和 $n(t)$ 的时频特性与小波特性

3.2.1 时频特性

$s(t)$ 在 t_i 时刻突然出现, 持续时间 Δt_i 后很快衰减到零, 是一个很短暂的信号, 而它的能量集中在中心频率 f_i 附近, 其频带宽度 Δf_i 远小于中心频率, 即信号 $s(t)$ 在时域和频域上都是局部化的。 $n(t)$ 在时频空间中

的分布是全局性的,完全不同于 $s(t)$ 在时频空间中的局部性分布。

3.2.2 小波特性

小波变换是一种线性变换,因此, $x(t)$ 的小波变换是由 $s(t)$ 和 $n(t)$ 的小波变化线性叠加而成的。而 $s(t)$ 和 $n(t)$ 具有如下的小波特性:

1) 信号小波特性。小波变换对信号的奇异点非常敏感。在信号到达时刻,信号将出现不连续点;在小波变换不同的分辨尺度 2^j 上,与信号相对应的到达时刻,小波系数均会在 $t_i/2^j$ 处出现极大模;且极大模值随着分辨尺度 2^j 的减小而稍稍增大。

2) 噪声小波特性。白噪声几乎是处处奇异的。噪声产生的极大模和稠密度及方差均随着分辨尺度 2^j 的减小而减小。

由上述分析可见,信号和噪声具有截然不同的小波特性。随着分辨尺度 2^j 的减小,信号的特征将越来越明显而噪声成分却相对减弱。这是瞬时信号去噪的主要理论依据。

3.3 去噪方法与步骤

设数据 $x_n = x(n)$ ($n = 1, 2, \dots, 2^N$) 的测量分辨率等于 2^N ($j = N$), 数据长度为 2^N , 采样频率为 f_s , 经小波包分解后,子空间 U_N^0 的分解方法如图 1 所示。

对 x_n 进行逐层小波包分解时,第 L 层共有子空间 2^L 个,即有 2^L 个子频带,每个子频带的数据长度为 2^{N-L} , 频带宽度为 $f_s/2^{L+1}$, 起始频率为 $f_m = mf_s/2^{L+1}$, $m = 0, 1, \dots, 2^L - 1$ 。随着 L 的增大,一方面,各子频带的宽度变窄,频率分辨率不断提高,信号的时频局部特性得到了更好地刻画;另一方面,子频带内的小波系数极大模稍稍增大而噪声的小波系数极大模却大大减小,而小波系数的幅值大小反映了它所携带的信号能量的多少。因此,对混有噪声的信号而言,如果某个子频带内的小波系数极大模幅值较大,且随着 L 的增大而增大,表明信号的能量主要集中在该子频带内。为此,引入子频带范数 $\|x\|_\infty$:

$$\|x\|_\infty = \max |x_i| : 1 \leq i \leq M \quad (11)$$

子频带范数 $\|x\|_\infty$ 表示各子频带内的小波系数最大幅值,用它来反映信号能量在各子频带上的分布。保留范数较大的少数几个子频带,将大多数范数较小的子频带内的小波系数视为零而舍去,再对保留下来的子频带内的小波系数设置浮动阈值,进一步消去噪声成分。

具体的去噪流程如图 2 所示,对低信噪比的雷达信号进行 J 级小波包分解时, J 应较大,以有效反映子频带的范数随分解层数的变化,通常取 $J = 6$ 或 7 ; 依据最小熵原则,在各层上寻找范数大于均值的子频带,并根据子频带一分为二的小波包分解特点,考察其范数随各层的变化,如果随层数的增大范数出现一最大峰值,则保留该最大峰值所对应的子频带;将范数小于均值和范数虽大于均值但随各层层数的增大范数不出现最大峰值的子频带内的小波系数视为零而舍去;框图中根据最佳熵的原则设定下面的浮动阈值^[7]: $t = \sqrt{2 \log_2 M} / \sqrt{MA}$, 式中 M 为子频带内的小波系数个数, A 为子频带范数。将幅值小于 t 的小波系数置零,保留大于 t 的小波系数;最后,由少数剩下的几个小波系数重构信号。

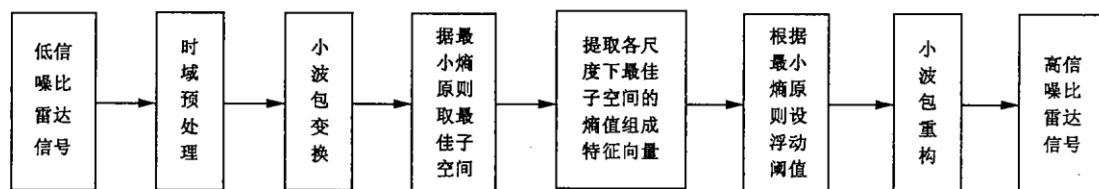


图2 基于小波包变换的去噪流程

4 数值计算结果

通过计算机的数值计算,模拟了强噪声背景下某雷达的目标回波信号基于小波包变换和小波变换的弱信号检测。模拟结果如图 3 所示,图 3(a)为无噪声污染的目标回波信号,图 3(b)为弱目标回波信号被淹没在强噪声中,图 3(c)是基于 Sym8 小波函数的浮动阈值小波变换法去噪,把弱信号从强杂波背景中检测出来,图 3(d)是基于 Sym8 小波函数的浮动阈值小波包变换法去噪。

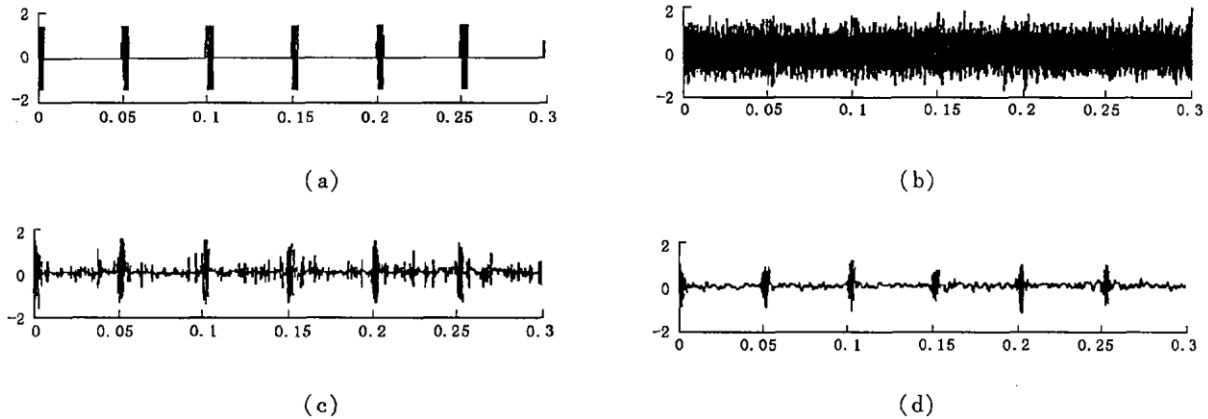


图3 基于小波包变换和小波变换的信号检测

用小波包变换进行消噪处理后,噪声消除得比较彻底(如图3(d)所示),而用小波变换进行消噪处理后,虽然噪声被消减了很多,但还存在很多“毛刺”(如图3(c)所示),进行恒虚警检测处理之时,虚警概率则大大提高,对图3(c)和图3(d)进行比较可知:基于小波包变换的信号检测明显优于基于小波变换的信号检测,并且用小波变换检测信号时,可能增大虚警概率。

参考文献:

- [1] 李卫华,刘作良.一种杂波环境下的目标跟踪算法[J].空军工程大学学报(自然科学版),2000,1(2):36-39.
- [2] 王布宏,郭英.频域LMS算法在语音消噪中的应用[J].空军工程大学学报(自然科学版),2000,1(3):64-67.
- [3] 刘东红.某型制导雷达加装动目标检测系统的研究[D].西安:空军工程大学导弹学院,2000.
- [4] 牛海,马颖.利用小波包提取雷达信号特征的方法研究[J].电子对抗,2001,(5):33-36.
- [5] 薛蕙,杨仁刚.利用小波包变换实现噪声环境下特征信号的提取[J].继电器,2001,30(7):7-10.
- [6] 胡昌华,张军波,夏军,等.基于MATLAB的系统分析与设计——小波分析[M].西安:西安电子科技大学出版社,1999.
- [7] David L, Donoho. De- Noising by Soft- Thresholding[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(3):613-627.

(编辑:田新华)

Wavelet Packet Transform and its Application to Low SNR Radar Signal Detection

LIU Dong-hong, ZHANG Yong-shun

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan, Shaanxi 713800, China)

Abstract: In order to detect the weak signal from the strong noise, the excellent time-frequency localization analysis properties of wavelet packet transform is analyzed according to the different Lipschitz exponent the frequency spectrum of signal and noise are analyzed by introducing ∞ -norm. Then, the optimal subspace entropy and the position parameters of the intact bintree in optimal subspace are regarded as the characteristic quantities, the low SNR radar signal detection is realized by using the method of floating threshold denoising. Lastly, the low SNR radar signal detection based on wavelet packet transform and wavelet transform is simulated through numerical calculation in computer, at the same time, the conclusion that the wavelet packet transform is better than the wavelet transform in the low SNR signal detection is drawn.

Key words: wavelet packet transform; wavelet transform; floating threshold; signal detection