

# 超宽带电磁散射的时间步进法

胡礼勇, 黄仕家, 易春海

(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

**摘要:**采用时间步进法对飞机的基本构成部件(球、圆柱、薄板)的超宽带电磁散射问题进行了研究。导出了磁场积分方程数值计算公式,所得时域散射远场与实测或其它方法计算结果相比,吻合较好。本方法与时域有限差分法(FDTD)相比,无须设置吸收边界条件,适于成像数据的提取,运算简便。与频域方法相比,它可解决超宽带电磁散射预测问题。

**关键词:**超宽带;电磁散射;磁场积分方程;时间步进法

**中图分类号:**TM15   **文献标识码:**A   **文章编号:**1009-3516(2004)05-0061-03

现代雷达技术,主要是利用雷达目标的电磁散射特性,从而获得雷达目标的位置、外形尺寸、取向、姿态,直到建立三维像,而研究雷达目标的超宽带电磁散射特性为研制超宽带雷达提供了理论上的依据。在求解飞机基本构件的超宽带电磁散射特性时,时域数值方法主要有时域积分方程法(TDIE)和时域有限差分法(FDTD)。基于时空积分方程的时间步进法(Marching-on-in-time method)<sup>[1~3]</sup>,是将所研究的目标和待求响应作时空域的离散,在时空域上应用矩量法(MOM),在时域上利用场和源之间由因果性引起的迟后效应,将每一剖分单元上的响应电流(或等效电流)用本剖分单元上当前时刻受到的激励及以前时刻其它单元的响应在当前时刻对所研究单元的作用表示出来。由于在这种表示中所用到的都是已知量,从而得到待求每一剖分单元上电流(或等效电流)的时间递推求解关系。

时空积分方程的时间步进法,因为具有存储量较少,求解过程无须矩阵求逆或只需一次求逆,无须近远场变换,即可获得全部时域解的特点,弥补了FDTD<sup>[4]</sup>的不足,并且易于满足雷达目标识别、电磁散射成像对数据需求量大的要求,方便计算,因而一直处于研究和发展之中。本文对时间步进法解决超宽带电磁散射问题的进行了研究,并计算了导体球、圆柱、薄板等飞机基本部件的超宽带电磁散射特性。

## 1 计算公式和方法

### 1.1 磁场积分方程 MFIE(Magnetic Field Integral Equation)

完纯导体的磁场积分方程 MFIE<sup>[5]</sup>:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = 2\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}^i(\mathbf{r}, t) + \frac{\hat{\mathbf{n}}}{2\pi} \times \int_s \left[ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} \mathbf{J}(\mathbf{r}, \tau) + \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}, \tau)}{R} \right] \times \frac{\mathbf{R}}{R^2} d\mathbf{s}' \quad (1)$$

式中: $\mathbf{J}$ 是散射体表面的电流密度,  $\mathbf{r}$ 是位置矢量,  $\mathbf{r}'$ 是源点位置矢量,  $c$ 是自由空间光速,  $\tau = t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c$ 为延迟时间,  $\hat{\mathbf{n}}$ 是散射体表面的归一化单位法向量,  $\mathbf{H}^i(\mathbf{r}, t)$ 是散射体某点  $\mathbf{r}$  处,  $t$  时刻的入射磁场。

在散射体某点  $\mathbf{r}$  处,  $t$  时刻的散射磁场  $\mathbf{H}^s(\mathbf{r}, t)$  积分表达式:

$$\mathbf{H}^s(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_s \left[ \mathbf{J}(\mathbf{r}', \tau) \times \nabla \left( \frac{1}{R} \right) - \frac{1}{cR^2} \mathbf{R} \times \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{J}(\mathbf{r}', \tau) \right] d\mathbf{s}' \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$ ,  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ ,  $\nabla'$  符号表示对源点  $\mathbf{r}'$  取梯度。

收稿日期:2003-12-10

基金项目:国家“973”课题资助项目(5131402002)

作者简介:胡礼勇(1972-),男,湖北襄樊人,工程师,硕士,主要从事计算电磁学、超宽带雷达成像技术与研究;

黄仕家(1948-),男,湖北麻城人,教授,主要从事复杂目标的电磁散射与逆散射、天线理论与设计和超宽带雷达成像等技术的研究。

## 1.2 时间步进法求 $J(\mathbf{r}', t)$

为对式(1)进行数值解, 我们先把散射体表面分成  $N_s$  个小面元。

其中心点坐标为  $\mathbf{r}_i$ 。把关心的时间区间分成  $N_t$  小时间段。这样,  $J(\mathbf{r}', \tau)$  可表示为如下:

$$J(\mathbf{r}, t) = \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{j=0}^{N_t} A_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)(t - t_j) V_i(\mathbf{r}) U_i(t) \quad (3)$$

式中: 当  $\mathbf{r} \in \Delta S_i$  时,  $V_i(\mathbf{r}) = 1$ ; 当  $\mathbf{r} \notin \Delta S_i$  时,  $V_i(\mathbf{r}) = 0$ ; 当  $|t - t_j| \leq \Delta t/2$  时,  $U_i(t) = 1$ ; 当  $|t - t_j| \leq \Delta t/2$  时,  $U_i(t) = 0$ ;  $\Delta S_i$  为面元,  $\Delta t$  为时间间隔。

$\Delta S_i$  或相邻两面元中心坐标之间的距离  $\Delta R$  以及  $\Delta t$  的关系为

$$\Delta t \leq \Delta R/c \quad (4)$$

对  $A_{ij}(\mathbf{r}, t - t_j)$  与时间的关系应用二次插值表示如下:

$$A_{ij}(\mathbf{r}, t - t_j) = A_{ij}^{(0)}(\mathbf{r}_i) A_{ij}^{(1)}(\mathbf{r}_i)(t - t_j) + A_{ij}^{(2)}(\mathbf{r}_i)(t - t_j)^2 \quad (5)$$

式中:  $A_{ij}^{(0)}(\mathbf{r}_i) = J_s(\mathbf{r}_i, t_j)$ ;  $A_{ij}^{(1)}(\mathbf{r}_i) = [J_s(\mathbf{r}_i, t_{j+1}) - J_s(\mathbf{r}_i, t_{j-1})]/2\Delta t$ ;  $A_{ij}^{(2)}(\mathbf{r}_i) = [(J_s(\mathbf{r}_i, t_{j+1}) - J_s(\mathbf{r}_i, t_{j-1})/2 - J_s(\mathbf{r}_i, t_j)]/(\Delta t)^2$ 。于是有:

$$A_{ij}^{(2)}(\mathbf{r}_i, \tau - t_j) = \sum_{m=0}^2 A_{i,j-(v-m)}(\mathbf{r}_i) \sum_{n=0}^2 B_{mn}(\tau - t_j)^n = \sum_{m=0}^2 J_s(\mathbf{r}_i, t_{j-(v-m)}) \sum_{n=0}^2 B_{mn}(\tau - t_j)^n \quad (6)$$

式中: 当  $t - t_j < 2\Delta t$  时,  $v = 2$ ; 当  $t - t_j \geq 2\Delta t$  时,  $v = 1$ ;  $\tau = t - R/c$ ;  $B_{00} = 0$ ,  $B_{01} = -1/2\Delta t$ ,  $B_{02} = 1/2(\Delta t)^2$ ,  $B_{10} = 1$ ,  $B_{11} = 0$ ,  $B_{12} = -1/(\Delta t)^2$ ,  $B_{20} = 0$ ,  $B_{21} = 1/2(\Delta t)^2$ ,  $B_{22} = 1/2(\Delta t)^2$ 。式(6)代入式(3), 并将由此得到的  $J_s$  代入磁场积分方程, 在  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_i, t = t_j$  应用点匹配法可求出未知量  $A_{ij}^{(0)}(\mathbf{r}_i, t_j)$ , 就有:

$$A_{ij}^{(0)} = 2\hat{n}_i H_{ij}^{(i)} + \frac{1}{2\pi} \hat{n} \sum_{p=1}^{N_s} \left\{ \sum_{m=0}^2 A_{p,q-(v-m)}^{(0)} \sum_{n=0}^2 B_{mn} [(\tau - t_q)^n / R_{ip}^2 + n(\tau - t_{q-1})^n / R_{ip}c] \hat{R}_{ip} \right\} \Delta S_p \quad (7)$$

式中: 当  $j - q < 2$  时,  $v = 2$ ; 当  $j - q \geq 2$  时,  $v = 1$ ;  $i = 1, \dots, N_s, j = 1, \dots, N_t, q = j - k_{ip}$ ,  $k_{ip} = R_{ip}/c\Delta t$  经四舍五入后所得整数,  $R_{ip}$  为  $|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_p|$ ,  $t_q = q\Delta t$ 。

由已知的入射波及初始条件  $J_s(\mathbf{r}_i, t < 0) = 0$ , 散射体表面上的电流密度样值  $J_s(\mathbf{r}_i, 0)$ , 就可以由式(7)确定。利用式(2)进行积分, 即可求出空间某点在  $t$  时刻的散射场。

## 1.3 不稳定性及其消除方法

对于时间步进法, 有一个弱点, 即在计算中常发生振荡型发散, 有时这种发散是致命的, 严重影响计算结果的有效性。一般认为, 这种振荡是由于在时间离散化的过程中, 在复频域相平面的右半部引入极点所致<sup>[3]</sup>。本文采用拉格朗日(Lagrange interpolation)插值法进行二阶插值消除, 效果较好。

## 2 计算实例

用上述方法求解雷达目标散射问题时, 需要对目标在时间上进行离散化, 在空间上进行剖分。下面以导体球为例进行说明, 圆柱、薄板的剖分相类似。导体球面的空间剖分见图 1, 先将等  $\theta$  的圆弧等分  $\Delta\theta$ , 使每一个面元长宽比为 1, 面元的最小距离  $\Delta R_{min} = c\Delta t$ 。圆柱、薄板可分别在柱坐标和直角坐标系下进行剖分。

运用以上方法, 对球、圆柱、薄板等飞机基本构件的高斯平面波垂直入射情况下, 计算得到远区后向散射场, 与 FDTD 计算的结果对比分别见图 2~图 4。

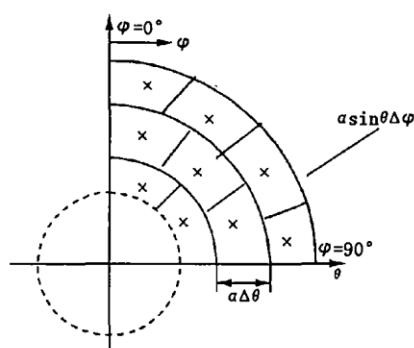


图 1 球面的剖分

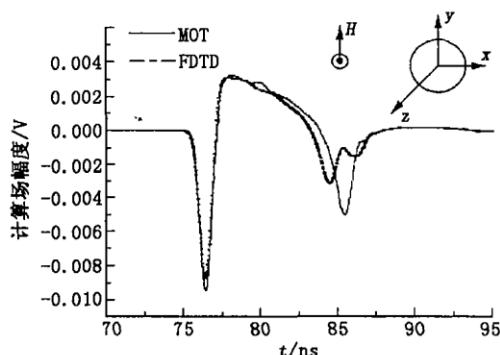


图 2 导体球后向散射场

在计算中,入射波为高斯平面波,  $H^i(t) = \exp(-4\pi(t-t_0)^2/\tau^2)$ ,  $\tau = 2.5$  ns,  $t_0 = 2.5$  ns。在直角坐标系中,激励信号只有  $y$  正向的磁场分量  $H^i$ ,其它方向分量为零,且沿  $z$  轴正向传播。计算所选导体球半径为 0.495 m,圆柱半径为 0.495 m,高 0.495 m,  $\Delta t = 0.025$  ns,  $\Delta R = 0.015$  m,薄板为  $0.01 \times 0.2 \times 0.2$  m 的理想导体,  $\Delta t = 0.027$  ns,  $\Delta R = 0.01$  m。

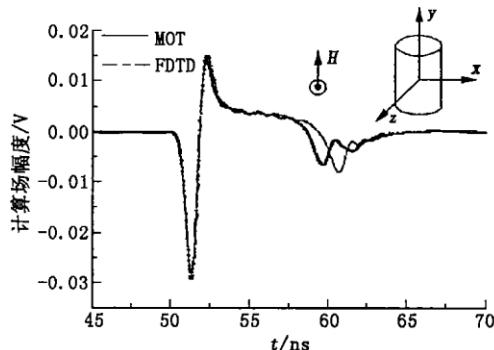


图 3 圆柱后向散射场图

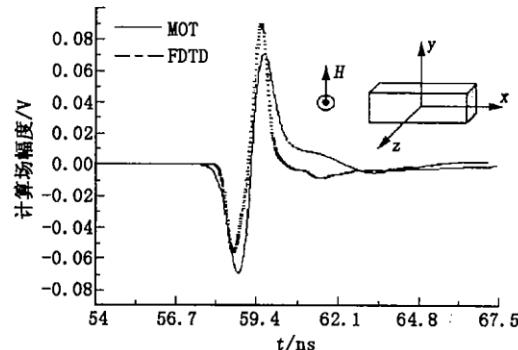


图 4 薄板后向散射场

### 3 结论

本文运用时间步进法研究了飞机基本部件(球、圆柱、薄板)的超宽带电磁散射特性,在高斯脉冲平面波的照射下计算得到了完纯导体的远区瞬态场,结果表明,时间步进法计算目标超宽带电磁散射特性是有效的,为雷达目标电磁散射特征的提取与成像研究提供了一种可行方法,同时也为进一步研究飞机的电磁散射特性,特别是其超宽带电磁散射特性,提供了有价值的参考。

#### 参考文献:

- [1] Rius J M, Ubeda E, parron J. On The Testing of The Magnetic Field Integral Equation With RWG Basis Functions in Method of Moments[J]. IEEE Trans Antennas propagat, 2001, 49(1): 1550 – 1553.
- [2] Seriani G. An Iterative Time – Stepping Method for Solving First – Order Time Dependent Problems and Its Application to the Wave Equation[J]. Journal of Computational Acoustics, 2000, 8(1): 241 – 255.
- [3] li Sadigh A, Arvas E. Treating The Instabilities in Marching – on – in – time Method From a Different perspective[J]. IEEE Trans Antennas propagat, 1993, 41(12): 1695 – 1702.
- [4] 易春海,王晟达,黄仕家,等. 飞机基本构件电磁散射的 FDTD 方法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2003, 4(3): 16 – 19.
- [5] 杨儒贵,陈章达,刘鹏程. 电磁理论[M]. 西安:西安交通大学出版社,1991.

(编辑:姚树峰)

## An Analysis of Marching – on – in – time Method for Ultra – wideband Electromagnetic Scattering Problems

HU Li – yong, HUANG Shi – jia, YI Chun – hai

(The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China)

**Abstract:** The marching – on – in – time method is employed in analyzing the ultra – wideband electromagnetic scattering problems of aircraft's basic parts (sphere, cylinder, sheet metal). A magnetic field integral equation is derived, and the result obtained is better in coincidence as compared with the measured or other computed result. The method introduced in this paper is effective, without setting the absorbing boundary conditions, and simple in computation. Its results can be used for imaging reconstruct of radar targets compared with FDTD method, and this method can also be used for solving EM scattering problems of ultra – wideband in comparison with the method used in frequency domain.

**Key words:** ultra – wideband (UWB); electromagnetic scattering; magnetic field integral equation; marching – on – in – time method