

不连续模式的 PWM 型 DC/DC 变换器的广义平均法

尹有为¹, 赵录怀², 马西奎^{2,3}

(1. 空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800; 2. 西安交通大学 电气工程学院, 陕西 西安 710049; 3. 重庆大学 高电压与电工新技术教育部重点实验室, 重庆 400044)

摘要:在统一模型的基础上,将多频平均方法应用于不连续电感电流导电模式开关变换器。利用这一方法,不仅可以得到稳态时的基波,而且可以得到各次谐波的大小。实例仿真表明,本方法具有计算精度高、逻辑性强、编程容易的优点,适用于开环和各种闭环控制系统的稳态求解和纹波分析。

关键词:PWM 型,DC/DC 变换器;多频平均方法

中图分类号:TM13 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2004)04-0080-03

DC/DC 开关功率变换器在轻载时经常工作于不连续导电模式。在小功率应用中,即使是满载时,许多设计者也设计电路工作于不连续导电模式,以避免二极管的恢复问题。

对于连续导电模式(CCM)的开关变换器,已有多种相当成熟的建模分析方法,如状态空间平均法^[1],电路平均法^[2-3]等,然而对于 DICM(不连续电感电流导电模式)的开关变换器,它们的建模,分析就复杂得多。

状态空间平均法虽然也能应用于不连续导电模式稳态的求解^[4-5],但它所求得结果与频率无关,所以这种方法隐含的条件是开关频率较高^[6-7],当频率与电路的固有频率相当时,则求解结果与实际结果的误差较大,且它不能输出纹波。

本文在统一建模原理^[8]的基础上,提出了多频平均分析方法^[9]应用于不连续导电模式的 PWM 变换器的分析和仿真中,它不仅能求出输出纹波的解析表达式,而且易于理解和应用推广。同时,也易于用仿真软件(如 Matlab)进行编程。

1 傅立叶级数

设函数 $f(t)$ 为满足狄利赫莱(Dirichlet)条件的实值信号。在 $[t-T, t]$ 区间,函数 $f(t)$ 可以写成傅立叶级数形式:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \langle f \rangle_n(t) e^{jn\omega_s t}$$

其中: $\omega_s = 2\pi/T$; $j = \sqrt{-1}$; $\langle f \rangle_n(t)$ 为函数在 $[t-T, t]$ 区间的傅立叶系数,其表达式为

$$\langle f \rangle_n(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t f(\tau) e^{jn\omega_s \tau} d\tau$$

当 $n = 0$ 时,有

$$\langle f \rangle_0(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t f(\tau) d\tau$$

设函数 $f(t)$ 和 $g(t)$ 均为在 $[t-T, t]$ 区间满足狄利赫莱(Dirichlet)条件的实值信号,则它们的傅立叶系数具有如下特性:

收稿日期:2003-11-24

基金项目:高等学校重点实验室访问学者基金资助项目。

作者简介:尹有为(1968-),男,江西井冈山人,博士生,主要从事开关网络建模和仿真研究。

1) 微分特性:对任何整数 n 有

$$d/dt \langle f \rangle_n(t) = -jn \omega_s \langle f \rangle_n(t) + \langle (d/dt)f \rangle_n(t);$$

2) 卷积特性:对任何整数 n 有

$$\langle fg \rangle_n(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \langle f \rangle_{n-k}(t) \langle g \rangle_k(t);$$

3) 共轭特性:对任何整数 n 有

$$\langle f \rangle_n(t) = \overline{\langle f \rangle_{-n}(t)}$$

其中上面带横线的量表示复数共轭;

4) 如果函数 $f(t)$ 在 $[t - T, t]$ 区间上为常数,即 $f(t) = C$ (C 为常数),则有 $\langle f \rangle_0(t) = C$ 和对所有的 $n \neq 0$ 有 $\langle f \rangle_n(t) = 0$ 。换句话说,有 $\langle f \rangle_n(t) = C \delta_n^0$ 。其中 δ_k^n 表示 Kronecker 冲激,定义为对所有的整数 $k \neq 0$ 时,有 $\delta_k^n = 0$; $\delta_n^n = 1$ 。

2 多频方法原理

基本的 PWM 开关功率变换器经过统一建模后,可以用统一方程来进行描述。为简单起见,这里以两开关变换器为例,方程写成矩阵形式为

$$G_1(P) x(t) + G_2(P) f_2(t) x(t) + G_3(P) f_3(t) x(t) = E_s \tag{1}$$

其中: $P = d/dt$; $G_1(P)$ 和 $G_2(P)$ 为系数矩阵; $x(t)$ 为状态变量,通常取电容电压和电感电流; E_s 为输入直流源; $f_2(t)$ 和 $f_3(t)$ 为单位开关函数。

由于 $x(t)$ 和 $f_2(t)$ 、 $f_3(t)$ 均为周期函数,在连续电流模式下, $x(t)$ 的纹波频率与 $f_2(t)$ 、 $f_3(t)$ 开关的频率相同。分别将各变量的傅立叶系数代入式(1)中,可得:

$$G_1(P) \langle x \rangle_n(t) + G_2(P) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \langle f_2 \rangle_{n-k}(t) \langle x \rangle_k(t) + G_3(P) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \langle f_3 \rangle_{n-k}(t) \langle x \rangle_k(t) = g(n)$$

其中:当 $n=0$ 时, $g(n) = E_s$; 当 $n \neq 0$ 时, $g(n) = 0$ 。

在实际计算中,可以根据精度的要求,取前若干项即可。设取前 N 项,即 $-N \leq n \leq N$,可得到一组方程组,写成矩阵形式为

$$\frac{d}{dt} X(t) = AX(t) + B \tag{2}$$

其中: A 为 $n \times n$ 的系数矩阵, $n = 2N + 1$; B 为维数是 n 的列系数矩阵; $X(t)$ 为 n 的列向量,可以写成:

$$X(t) = \begin{pmatrix} \langle I \rangle(t) \\ \langle V \rangle(t) \end{pmatrix}, \langle I \rangle(t) \text{ 和 } \langle V \rangle(t) \text{ 具体分别为}$$

$$\begin{bmatrix} \langle i \rangle_{-N}(t) \\ \dots \\ \langle i \rangle_{-1}(t) \\ \langle i \rangle_0(t) \\ \langle i \rangle_1(t) \\ \dots \\ \langle i \rangle_N(t) \end{bmatrix} \text{ 和 } \begin{bmatrix} \langle v \rangle_{-N}(t) \\ \dots \\ \langle v \rangle_{-1}(t) \\ \langle v \rangle_0(t) \\ \langle v \rangle_1(t) \\ \dots \\ \langle v \rangle_N(t) \end{bmatrix}$$

对式(2)进行求解,可得 $x(t)$ 的基波和各次谐波为 $X_0, X_1, X_2 \dots$ 。最后得到

$$x(t) = X_0 + X_1 \cos(\omega_0 t) + X_2 \cos(2\omega_0 t) + \dots$$

3 实例仿真

升压变换器如图 1 所示,当工作于不连续导电模式时,可用以下统一微分方程来描述:

$$G_1(P)x(t) + G_2(P)f_2(t)x(t) + G_3(P)f_3(t)x(t) = V_s$$

$$\text{其中: } \mathbf{G}_1(P) = \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & P + \frac{1}{RC} \end{bmatrix}; \mathbf{G}_2(P) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{G}_3(P) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$\mathbf{V}_s = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} V_{in} \\ 0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{x}(t)$ 为状态变量矩阵, 具体是 $\mathbf{x}(t) = [i(t) v(t)]$; $f_2(t)$ 和 $f_3(t)$ 意

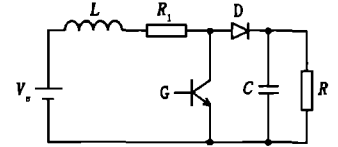


图1 Boost 变换器

义同前, 它们的占空比有如下关系: $D_1 + D_2 + D_3 = 1$, 且 $D_2 = \frac{K}{D_1} \cdot \frac{1 + \sqrt{1 + 4D_1^2/K}}{2}$, 其中, D_1 、 D_2 和 D_3 分别对应电路的 3 个拓扑结构的占空比, $K = 2L/RT_s$ 为无量纲参数。

代入各傅立叶系数表达式, 最后得:

$$\frac{d}{dt} \langle \mathbf{I} \rangle (t) = \mathbf{W} \langle \mathbf{I} \rangle (t) - \frac{1}{L} \langle f_2 \rangle (t) \langle \mathbf{V} \rangle (t) - \frac{1}{L} \langle f_3 \rangle (t) \langle V_{in} \rangle + \mathbf{b} \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \langle \mathbf{V} \rangle (t) = (\mathbf{W} - \frac{1}{RC} \mathbf{I}) \langle \mathbf{V} \rangle (t) + \frac{1}{C} \langle f_2 \rangle (t) \langle \mathbf{I} \rangle (t) \quad (4)$$

其中: \mathbf{I} 为 $n \times n$ 的单位矩阵; \mathbf{W} 和 \mathbf{b} 分别具有如下形式:

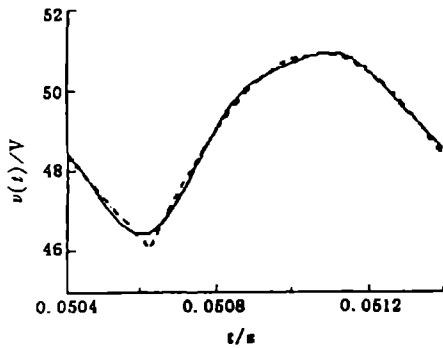
$$\mathbf{W} = \text{diag}(JN\omega_s, \dots, J\omega_s, 0, -J\omega_s, \dots, -JN\omega_s)$$

$$\mathbf{b} = (0 \dots 0 \frac{1}{L} V_{in} 0 \dots 0)^T,$$

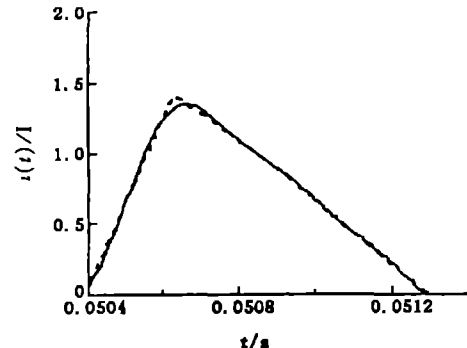
$$\mathbf{f}_3 = (\langle f_3 \rangle_{-N} \langle f_3 \rangle_{-(N-1)} \dots \langle f_3 \rangle_N)^T$$

$$\mathbf{f}_2 = \begin{bmatrix} \langle f_2 \rangle_0 & \dots & \langle f_2 \rangle_{-2N} \\ \langle f_2 \rangle_{2N} & \dots & \langle f_2 \rangle_0 \end{bmatrix}$$

对式(3)和式(4)可以直接用 Matlab 进行仿真, 代入具体的数值: $L = 6 \text{ mH}$ 、 $C = 45 \text{ } \mu\text{F}$ 、 $R = 100 \text{ } \Omega$ 、 $RL = 0.46 \text{ } \Omega$ 、 $E_{in} = 37.5 \text{ V}$ 、 $D = 0.25$ 和 $f = 1 \text{ kHz}$ 、 $N = 3$, 可得到其电容电压和电感电流波形如图 2(a) 和图 2(b) 所示, 图中实线为数值方法仿真结果, 虚线为本文方法的结果。从图可以看出, 利用多频平均方法对工作于不连续导电模式的 Boost 变换器的仿真和用数值分析法所得结果比较来看, 其仿真结果很接近, 说明了本文所提方法的正确性。



(a) 电容电压波形



(b) 电感电流波形

图2 数值方法仿真与本文方法仿真结果

4 结论

本文提出的多频平均分析法, 不仅能求出开关变换器的稳态, 而且还能求出电路的各次谐波和纹波解析式。相对其它分析法来说, 具有同样高的精度, 但求解过程简单, 容易理解, 且更易于推广应用于闭环控制的开关功率变换器。