第5卷第3期　　空 军 工 程 大 学 学 报(自然科学版)　　Vol.5 No.3
2004年6月　　JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE EDITION)　　Jun.2004

Chirp－Scaling 算法中的方位傅立叶变换

李　树[1,2]，　赵亦工[1]，　冯伍伍[2,3]，　王佳玮[4]

(1. 西安电子科技大学 电子工程学院，陕西 西安　710071;2. 九五九七二部队523号信箱，甘肃 酒泉　735018;3、清华大学 电子工程系，北京　100000;4、西安电子科技大学 通信工程学院，陕西 西安　710071)

摘　要:基于正侧视合成孔径雷达对点目标的回波冲激响应模型,运用三步法在原始回波信号直接对应的时域和频域中详细地分析和推导了 Chirp－Scaling 算法中的方位向傅立叶变换,给出了泰勒级数的展开技巧并找出了算法中的重要误差源。最后,对 SAR 各种常见扫描模式下的方位向傅立叶变换进行了简要的分析。

关键词:合成孔径雷达 ;Chirp Scaling 算法; 方位向傅立叶变换

中图分类号:TN951　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009－3516(2004)03－0087－05

在合成孔径雷达(SAR)信号处理中，chirp－scaling (CS)算法是一种优良的成像算法[1],它相位补偿精确,聚焦能力好,实现较简单。经典 CS 算法[2]首先将回波信号进行方位向傅立叶变换,把两维时域(τ,t)信号转化到距离时间－多普勒域(τ,f)分析,这一步是算法的核心,但作者没有给出具体步骤。刘[3]给出了波数域与时频域混合变换的结果但未给具体步骤,而且结果不直观、物理意义不易明确;魏[4]给出了与 Raney[2]一致的表达式简洁且物理意义明确的结果,同样未给具体步骤;Carrara[5]给出了聚束 SAR 信号在波数域中变换的具体步骤,但步骤复杂,结果不够直观。这些步骤隐含着算法最终成像的误差源是成像结果分析的重要依据,在推导中涉及 Taylor 级数展开技巧,所以先须透彻了解这些步骤。

1　条带式(strip－mapping)正侧视 SAR 的信号模型

如图1所示，r 为波束轴线正好对准点目标时的斜距，$R(t;r)$ 为天线相位中心与点目标之间的斜距，t 为雷达平台飞行时间，t_0 为 r 对应的平台飞行时间，$v(r)$ 为平台飞行速度，$s_0(\cdot)$ 为发射信号包络，$a(\cdot)$ 为方位向天线加权系数，λ 为雷达发射波波长，τ 为雷达回波在斜距向的延时，c 为光速。假设 $v(r)$ 受平台飞行轨迹、地球曲率和地球自转的影响可以忽略。

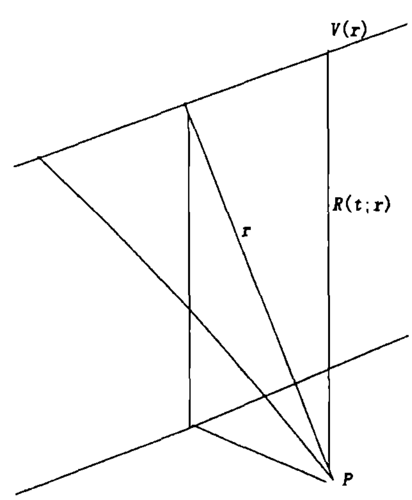

图1　点目标回波示意图

点目标回波斜距可表示为

$$R(t;r)=\sqrt{r^2+[v(r)(t-t_0)]^2} \tag{1}$$

为了分析方便,不失一般性,假设 $t_0=0$,则式(1)可简化为

$$R(t;r)=\sqrt{r^2+v^2(r)t^2]^2} \tag{2}$$

点目标回波响应[2]为

$$pp(\tau,t;r)=r(t,r)s_0(\tau-\frac{2R(t;r)}{c})\exp\{-\mathrm{j}\frac{4\pi}{\lambda}R(t;r)\} \tag{3}$$

SAR 一般发射线性调频信号,在实际系统中,为了降低采样频率,经过混频和正交通道分离把接收信号变为复基带信号,于是式(3)变为

收稿日期:2002－12－01
作者简介:李　树(1970－),男,山西大同人,博士生,主要从事合成孔径雷达信号处理研究;
赵亦工(1960－),男,陕西西安人,教授,博士生导师,主要从事非线性智能科学,精确制导,模式识别研究.

$$pp(\tau,t;r)=r(t,r)s_0(\tau-\frac{2R(t;r)}{c})\exp\{-j\pi K[\tau-\frac{2}{c}R(t;r)]^2\}\exp\{-j\frac{4\pi}{\lambda}R(t;r)\} \tag{4}$$

其中,K 为线性调频信号的调频率。

2 直接对回波信号进行方位向傅立叶变换的不可行性

对式(4)直接作方位向傅立叶变换,则有

$$pp(\tau,f;r)=\int a(t)s_0(\tau-\frac{2R(t;r)}{c})\exp\{-j\pi K[\tau-\frac{2}{c}R(t;r)]^2\}\cdot \exp\{-j\frac{4\pi}{\lambda}R(t;r)\}\exp(-j2\pi ft)dt \tag{5}$$

式(5)是一个特殊积分,没有解析解,只能用驻定相位原理(PSP)来近似[6]。设被积分函数的相位函数为 $\Phi(\tau,t;r)$,先通过$\frac{\partial\Phi(\tau,t;r)}{\partial t}\Big|_{t^*}=0$ 求驻定相位点 t^*。

易得:$$(\frac{4\pi K\tau}{c}-\frac{4\pi}{\lambda})\dot{R}(t;r)-\frac{8\pi K}{c^2}R(t;r)\dot{R}(t;r)-2\pi f=0 \tag{6}$$

其中,$$R(t;r)=\sqrt{r^2+v^2(r)t^2]^2};\quad \dot{R}(t;r)\frac{v^2(r)t}{\sqrt{r^2+v^2(r)t^2]^2}} \tag{7}$$

所以,$$(\frac{4\pi K\tau}{c}-\frac{4\pi}{\lambda})\cdot\frac{v^2(r)t}{\sqrt{r^2+v^2(r)t^2]^2}}-\frac{8\pi K}{c^2}v^2(r)t\sqrt{r^2+v^2(r)t^2]^2}-2\pi f=0 \tag{8}$$

将式(8)展开后将得到一个关于 t 的四次方程,易知,t^* 的解析值和逼近值用常规算法无法求得。为此,必须寻找其它途径对回波信号进行方位向傅立叶变换。

3 用三步法对回波信号进行方位向傅立叶变换

把 Carrara[3] 采用的四步法引入本文并归纳为三步法,Carrara 的步骤完全在波数域中进行,不太适合雷达信号处理者的习惯,为此,本文直接在原始信号对应的时域和频域进行分析。可以看出,本文的步骤更简明、物理意义更直观。

3.1 距离向傅立叶变换

假设驻定相位点附近 r 和 $v(r)$ 为常数(下同)[2],则式(4)的傅立叶变换为

$$Pp(f_\tau,t;r)=\int pp(\tau,t;r)\exp(-j2\pi f_\tau\tau)d\tau \tag{9}$$

设被积分函数的相位函数为 $\Phi(\tau,t;r)$,由$\frac{\partial\Phi(\tau,t;r)}{\partial t}\Big|_{t^*}=0$ 可求得驻定相位点为

$$\tau^*=-\frac{f_\tau}{K}+\frac{2}{c}R(t;r) \tag{10}$$

将式(10)代入式(9)按照 PSP 展开(其中$f_c=c/\lambda$),得

$$Pp(f_\tau,t;r)\approx a(t)s_0(-\frac{f_\tau}{K})\exp\{-j\pi K(-\frac{f_\tau}{K})^2\}\exp\{-j\frac{4\pi}{\lambda}R(t;r)\}\exp\{-j2\pi f_\tau(\frac{2R(t;r)}{c})\}= a(t)s_0(-\frac{f_\tau}{K})\exp\{-j\pi K(-\frac{f_\tau}{K})^2\}\exp\{-j[2\pi f_c+2\pi f_\tau]\frac{2R(t;r)}{c})\} \tag{11}$$

3.2 方位向傅立叶变换

对式(11)作方位向傅立叶变换,则有

$$PP(f_\tau,f;r)=\int pp(\tau,t;r)\exp(-j2\pi ft)d\tau \tag{12}$$

利用 PSP 不难得出驻定相位点为

$$t^*=\frac{rcf}{v(r)\sqrt{4v^2(r)(f_c+f_\tau)^2-c^2f^2}} \tag{13}$$

将式(13)代入式(12)并展开,则有

$$PP(f_\tau,f;r)\approx a(t)s_0(-\frac{f_\tau}{K})\exp\{j\pi(-\frac{f_\tau^2}{K}\}\exp\{j2\pi f\frac{rcf}{v(r)\sqrt{4v^2(r)(f_c+f_\tau)^2-c^2f^2}}\cdot$$

$$\exp\{-j\frac{4\pi(f_c+f_\tau)}{c}\sqrt{r^2+v^2(r)[\frac{rcf}{v(r)\sqrt{4v^2(r)(f_c+f_\tau)^2-c^2f^2}}]^2}\} \tag{14}$$

要方便地计算式(14),必须将其中的相位函数展开为关于f_τ的高次多项式,为此,把式(14)中的后两项相位函数(设为Φ'_2)作如下变换

$$\Phi'_2=\frac{2\pi rrcf^2}{v(r)\sqrt{4v^2(r)(f_c+f_\tau)^2-c^2f^2}}-\frac{4\pi(f_c+f_\tau)}{c}\sqrt{r^2+v^2(r)[\frac{rcf}{v(r)\sqrt{4v^2(r)(f_c+f_\tau)^2-c^2f^2}}]^2}=$$

$$-\frac{2\pi r}{cv(r)}\sqrt{4v^2(r)(f_c+f_\tau)^2-c^2f^2}=$$

$$-4\pi r\sqrt{(\frac{1}{\lambda}+\frac{f_\tau}{c})^2-(\frac{f}{2v(r)})^2}=$$

$$-\frac{4\pi r}{\lambda}\sqrt{[1-(\frac{\lambda f}{2v(r)})^2]+[\frac{2\lambda f_\tau}{2c^2}+\frac{(\lambda f_\tau)^2}{c^2}]}=$$

$$-\frac{4\pi r}{\lambda}\sqrt{[1-(\frac{\lambda f}{2v(r)})^2]}\{1+\frac{\frac{2\lambda}{c}f_\tau}{1-(\frac{\lambda f}{2v(r)})^2}+\frac{\frac{\lambda^2}{c^2}f_\tau^2}{1-(\frac{\lambda f}{2v(r)})^2}\}^{\frac{1}{2}} \tag{15}$$

由SAR信号知识易知式(15)中后两项之和一般都$\leqslant 1$,根据Taylor级数展开式

$\sqrt{1+x}\approx 1+\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}x^2+\cdots$,忽略关于$f_\tau$的三次及以上项,则式(14)中相位部分可变为

$$\Phi_2=-\frac{4\pi}{\lambda}\sqrt{[1-(\frac{\lambda f}{2v(r)})^2]}\{1+\frac{\frac{\lambda f_\tau}{c}}{1-(\frac{\lambda f}{2v(r)})^2}+\frac{\frac{\lambda^2f_\tau^2}{2c^2}}{1-(\frac{\lambda f}{2v(r)})^2}-\frac{1}{8}\frac{(\frac{2\lambda f_\tau}{c})^2}{[1-(\frac{\lambda f}{2v(r)})^2]^2}\}+\frac{\pi}{K}f_\tau^2$$

为了分析简便,令$D=\sqrt{1-(\frac{\lambda f}{2v(r)})^2}$,则上式可化为

$$\Phi_2=-\frac{4\pi r}{\lambda}D-\frac{\frac{4\pi r}{C}}{D}f_\tau+\frac{\pi}{K}(1-\frac{2Kr\lambda}{c^2}\frac{1-D^2}{D^3})f_\tau^2 \tag{16}$$

以上用Taylor级数展开时忽略的三次项,正是chirp - scaling算法的重要误差源。(关于chirp - scaling算法的误差分析,我们将专题研究。)

3.3 距离向逆傅立叶变换

对式(14)作距离向逆傅立叶变换得

$$pP(\tau,f;r)=\int PP(f_\tau,f;r)\exp(-j2\pi f_\tau\tau)d\tau \tag{17}$$

设式(17)中的相位函数为Φ_3,利用PSP容易求得其驻定相位点为

$$f_\tau^*=-K\frac{\tau-\frac{2r}{c}\frac{1}{D}}{1+\frac{2Kr\lambda}{c^2}\frac{1-D^2}{D^3}} \tag{18}$$

从而求得

$$\Phi_3=-\frac{4\pi r}{\lambda}D-K\pi\frac{1}{1+\frac{2Kr\lambda}{c^2}\frac{1-D^2}{D^3}}(\tau-\frac{2r}{c}\frac{1}{D})^2 \tag{19}$$

将D的实际表达式代入式(19)即得

$$\Phi_3 = -\frac{4\pi r}{\lambda}\sqrt{1-(\frac{\lambda f}{2v(r)})^2} - \frac{\pi K}{1+\frac{2Kr\lambda}{c^2}\frac{(\frac{2\lambda f_\tau}{c})^2}{[1-(\frac{\lambda f}{2v(r)})^2]^{\frac{3}{2}}}}(\tau - \frac{2}{c}\frac{r}{\sqrt{1-1-(\frac{\lambda f}{2v(r)})^2}})^2 \tag{20}$$

这时,可令

$$c_s(f) = \frac{1}{\sqrt{1(\frac{\lambda f}{2v(r)})^2}} - 1 \tag{21}$$

$$P_f(f;r) = r[1 + c_s(f)] \tag{22}$$

$$K_s(f;r) = \frac{K}{1 + Kr\frac{2\lambda}{c^2}\frac{\left(\frac{\lambda f}{2v(r)}\right)^2}{[1-(\frac{\lambda f}{2v(r)})^2]^{\frac{3}{2}}}} \tag{23}$$

于是式(20)可写为

$$\Phi_3 = -\frac{4\pi r}{\lambda}\sqrt{1-(\frac{\lambda f}{2v(r)})^2} - \pi K_s(f;r)[\tau - \frac{2}{c}R_f(f;r)]^2 \tag{24}$$

这时,对于式(14)中的天线方向性系数和发射波包络项,在略去方位角形式的数据距离相关性后[3],$a(t^*)$ 可表示为 $a(-\frac{rf\lambda}{2v^2})$,$s_0(-\frac{f_\tau}{K})$ 与 $f_\tau{}^*$ 和 K_s 相对应,可表示为 $s_0[\tau - \frac{2}{c}R_f(f;r)]$,略去整个推导过程中产生的复常数系数,式(17)可写为

$$pP(\tau,f;r) = a(-\frac{rf\lambda}{2v^2})s_0[\tau - \frac{2}{c}R_f(f;r)]\exp\{-j\pi K_s(f,r)[\tau - \frac{2}{c}R_f(f;r)]^2\}\cdot$$
$$\exp\{-j\frac{4\pi r}{\lambda}[1-(\frac{f\lambda}{2v(r)})^2]^{\frac{1}{2}}\} \tag{25}$$

式(21)~式(25)正是 Raney 的结论。

4 雷达波其它照射模式下的方位向傅立叶变换

在不同的雷达波照射模式下,由于距离模型不同,CS 算法采用的方位向傅立叶变换的积分核结构不同,被积分函数中相位函数的一阶偏导数因之不同,分析推导过程中产生的误差函数的结构也不相同。本文简要列出常见几种模式 SAR 的方位向傅立叶变换方法。

4.1 斜视式 SAR

在斜视 SAR(squint)[7] 模式中,设等效斜视角为 θ_s,则斜距等距模型式(1)变为

$$R(\tau,f;r) = \sqrt{r^2 + v^2(r)t^2 - 2rv(r)\cos\theta_s} \tag{26}$$

用本文第 3 节的方法容易得到其方位傅立叶变换为

$$pP(\tau,f;r) = a(\frac{-rf\lambda\sin\theta_s}{2v^2\sqrt{1-(\frac{\lambda f}{2v})^2}})s_0[\tau - \frac{2}{c}R_f(f;r)]\exp\{-j\pi K_s(f,r)[\tau - \frac{2}{c}R_f(f;r)]^2\}$$

其中;$R_f(f;r) = \frac{-r\sin\theta_s}{\sqrt{1-(\frac{\lambda f}{2v})^2}}$;$K_s(f;r) = \frac{K}{1 + Kr\sin\theta_s\frac{2\lambda}{c^2}\frac{(\frac{\lambda f}{2v(r)})^2}{[1-(\frac{\lambda f}{2v(r)})^2]^{\frac{3}{2}}}}$。

4.2 聚束式 SAR

聚束(spotlight)SAR 模式中信号处理的三维笛卡尔坐标系的原点一般选在场景中心[3],其距离模型为

$$R_t = \sqrt{(X_a - X_t)^2 + (X_{ac} - Y_t)^2 + (Z_{ac} - Z_t)^2} = \sqrt{(X_a - X_t)^2 + r^2} \tag{27}$$

其中,(X_t, Y_t, Z_t) 为点目标散射体坐标,(X_a, Y_a, Z_a) 为天线相位中心坐标,下标 c 表示对应的测量值。易知

$$r=\sqrt{(Y_{ac}-Y_t)^2+(Z_{ac}-Z_t)^2} \tag{28}$$

按照3.1进行距离傅立叶变换时,变换核为$\exp[-j2\pi f_\tau(\tau-\frac{2R_s}{c})]$,其中$R_s$与接收信号解调和运动补偿的参考函数$S_{ref}(\tau)=\exp[j2\pi f_c(\tau-\frac{2R_s}{c})]$有关,其它步骤与本文第3节相同。

4.3 扫描式SAR

扫描式(scan)SAR模式[6]中,r应根据波束扫描区域的切换作相应的调整,对每一确定的r,其处理步骤与本文第3节相同。

5 结束语

本文对CS算法中的方位傅立叶变换的推导有重要意义,没有用波数域的概念,直接对原始信号在相应的二维时域和二维频域进行变换,有利于对算法的几何意义和物理意义的直观对照理解;找出了算法导致最终图像失真的潜在误差源,简要指出了雷达波不同扫描模式下的方位向傅立叶变换方法。

感谢我国著名雷达专家李瑞棠教授和丁鹭飞教授的亲切指导和帮助。

参考文献:

[1] Moreira A, Mittermayer J, Scheiber R. Extended Chirp Scaling Algorithm for Air - and - Spaceborne SAR Data Processing in Strip and Scan SAR Image Modes[J]. IEEE Trans. On GRS, 1996,34(5):1123 - 1136.

[2] Raney R K, Runge H, Bamler R, et al. Precision SAR Processing Using Chirp Scaling[J]. IEEE Trans. On GRS., 1994,32(4):786 - 799.

[3] 刘永坦. 雷达成像技术[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1999.

[4] 魏钟铨. 合成孔径雷达卫星[M]. 北京:科学出版社,2001.

[5] Carrara W G, Goodman R S, Majeswski R M. Spotlight Synthetic Aperture Radar: Signal Processing Algorithms[M]. Newyork: Artech House, 1995.

[6] Born M, Wolf E., Principles of Optics[M]. New york: Pergamon, 1959.

[7] Curlander J C, McDonough R N. Synthetic Aperture Radar: Systems and Signal Processing[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1991.

(编辑:田新华)

Fourier Transform of Azimuth in Chirp - Scaling Algorithm

LI Shu[1,2], ZHAO Yi - gong[1], FENG Wu - wu[2,3], WANG Jia - wei[4]

(1. School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China; 2. Post Box 523, Unit 95972, Jiuquan, Gansu 735018, China; 3. Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100000, China; 4. School of Communication Engineering, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: Based on the impulse response model of a point target of a side - looking SAR and by using the Tree - step method with directly processing the original echoes in their corresponding time - domain and frequency - domain, detail analysis and induction of the Fourier transform of azimuth in chirp - scaling algorithm are described with the finding of error source of the algorithm and with the providing of the expansion technique of the Tailor series. The paper has a significant effect on the steps analyzed next.

Keywords: SAR; chirp - scaling algorithm; Fourier transform of azimuth