

一种基于 Rough 集理论的偏好规则获得方法研究

花文健, 刘作良

(空军工程大学 电讯工程学院, 陕西 西安 710077)

摘要:提出一种多准则方案对偏好程度粗度量的一般方法。构造了一种从参考方案集中获取偏好规则并用于全体方案排序和优选的方法。将参考方案对应的偏好关系定量分级表示,应用 Rough 粗集理论的近似原理对综合偏好关系进行粗近似以获取基于偏好信息的决策规则。计算实例表明新方法能充分表示决策者的偏好,有效避免了 LERS 系统产生的规则不一致性。

关键词:分级优先关系;粗近似;多准则决策;决策规则

中图分类号: TP311 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2004)03-0060-05

解决多准则决策问题即为决策者推荐被选方案中的最佳者,或者将被选方案指派给预定义类别中,或者是由好到差排序被选方案。决策者给出偏好信息(隐含着某种偏好模型)是进行多准则决策的前提。

对于选择和排序问题,直接使用粗集方法^[1-3]的文献还很少见。这是因为,粗集定义的信息表不允许表示方案之间的偏好二元关系。要处理二元关系, Greco 等提出了基于 PCT(Pairwise Comparison Table, 成对比较表)的方法^[4]。在 PCT 上运用不可分辨关系,就可以得出偏好关系的近似及由此近似得到决策规则。但就处理不一致性问题而言(不一致性指两个方案对在相同的准则下虽然有相同偏好强度但综合偏好不同),不可分辨关系就显得无能为力了,因此,有必要定义一种新的关系来导出决策规则并消除不一致性。本文研究引入分级优先关系替代 PCT 方法中的不可分辨关系以处理多准则决策的选择和排序问题。

1 PCT 的概念

1.1 信息表的定义

为了表达 DM 的偏好信息(用成对比较参考行为集的形式),下面引入 PCT 系统。

令 A 有限方案集, $R \subseteq A$ 参考方案集。

定义信息表 $S_{PCT} = \langle B, C \cup \{d\}, T_C \cup T_d, g \rangle$, 其中, $B \subseteq R \times R$ 参考方案的成对比较集, 非空; C 为描述对象的准则集。 $\{d\}$: 决策准则, 相应于粗集信息表中的决策属性。 $T_C = \bigcup_{q \in C} T_q$, T_q 为 A 上关于准则 q 的有限二元关系集合, 满足 $\forall (x, y) \in A \times A$ 关于准则 q 有且只有一个二元关系 $t \in T_q$; 且 $\text{card}(T_q) \geq 2$, 即至少应存在两种以上的偏好关系。 T_d 为 A 上的二元关系集, $\forall x, y \in A$ 至多有一个二元关系 $t \in T_d$ 满足 xyt 。若 $\forall x, y \in R$, 则有且只有一个二元关系 $t \in T_d$ 满足 xyt , 即在参考方案集上, 只允许每一方案对仅对应一个决策准则关系。 $g: B \times (C \cup \{d\}) \rightarrow T_C \cup T_d$, 有 $g[(x, y), q] \in T_q, \forall (x, y) \in A \times A, q \in C; g[(x, y), d] \in T_d, \forall (x, y) \in B$ 。实际上, 由于信息表决策准则 d 和条件准则 C 分离, S_{PCT} 可以视为是一个决策表。

1.2 分级优先关系

假定决策者提供的 A 上方方案的成对比较能被表示成分级优先关系: $T_q = \{p_q^h, h \in H_q\}$ 其中 $H_q = \{h \in Z: h \in [-P_q, r_q]\}$, $P_q, r_q \in N, \forall q \in C$, 且 Z 是分级所用的相关整数, N 是与准则值相关的实数。 $\forall (x, y) \in A \times A, xP_q^h y, h > 0$ 表示对于 q 准则来说, x 偏好于 y 达 h 度; $\forall (x, y) \in A \times A, xP_q^h y, h < 0$ 表示对于 q 准则来说, x

收稿日期: 2003-12-03

收稿日期: “十五”国防预研基金资助项目(40108070103)

作者简介: 花文健(1976-), 男, 北京人, 博士生, 主要从事 C^3I 智能决策支持系统研究;

刘作良(1938-), 男, 四川成都人, 教授, 博士生导师, 主要从事 C^3I 系统决策理论及技术研究。

非偏好于 y 达 h 度; $\forall (x, y) \in A \times A, xP_q^h y, h=0$ 表示对于 q 准则来说, x 与 y 相似(非对称无差别)。当然, $\forall (x, y) \in A$ 有 $[xP_q^h y, h \geq 0] \Leftrightarrow [yP_q^h x, h \leq 0]$ 。显然可推知, $\forall (x, y), (w, z) \in A \times A$ 且 $q \in C$ 时, 有: $xP_q^h y$ 且 $wP_q^k z, k \geq h \geq 0$, 那么 w 比 z 优先的程度不小于 x 比 y 的优先程度, $xP_q^h y$ 且 $wP_q^k z, k \leq h \leq 0$, 那么 w 比 z 不优先的程度不小于 x 比 y 的不优先程度。二元关系集 T_q 也可同理定义, 但需要强调的是, $xP_q^h y$ 意为 x 综合偏好于 y 达 h 度。

由于 $q \in C$ 是一条准则, 即存在一个函数 $c_q: A \rightarrow R$ 满足 $\forall (x, y) \in A, c_q(x) \geq c_q(y)$ 意为“ x 至少和 y 一样好”; 那么为了定义偏好关系 T_q , 需利用函数 $k_q: R^2 \rightarrow R$, 其满足下列特性 ($\forall x, y, z \in A, :$) : $c_q(x) > c_q(y) \Leftrightarrow k_q[c_q(x), c_q(y)] > k_q[c_q(y), c_q(x)]$, $c_q(x) > c_q(y) \Leftrightarrow k_q[c_q(z), c_q(x)] < k_q[c_q(z), c_q(y)]$, $c_q(x) = c_q(y) \Leftrightarrow k_q[c_q(x), c_q(y)] = 0$ 。

函数 $k_q[c_q(x), c_q(y)]$ 测度了关于准则 q 上, x 正优于或负优于 y 的强度, 有两种常用的形式^[4]: $k_q[c_q(x), c_q(y)] = c_q(x) = c_q(y); k_q[c_q(x), c_q(y)] = \frac{c_q(x)}{c_q(y)} - 1$ 。

下面定义阈值集合, 利用阈值集合确定的 I_q 区间集合和偏好强度可以确定方案对的偏好关系。

令 $\Delta_q = \{\Delta_q^h, h = -p_q - 1, -p_q, \dots, -1, 1, \dots, r_q, r_q + 1\}$, 满足: 如果 $h < 0, \Delta_q^h < 0$; 如果 $h > 0, \Delta_q^h > 0$; 对于 $\forall h > -p_q - 1, \Delta_q^h > \Delta_q^{h-1}$ 。其中, $\Delta_q^{-p_q-1} = \min_{(x,y) \in A \times A} \{k_q[c_q(x), c_q(y)]\}; \Delta_q^{r_q+1} = \max_{(x,y) \in A \times A} \{k_q[c_q(x), c_q(y)]\}$ 。当 $|-p_q - 1| = |r_q + 1|$, 即 Δ_q^h 对称时, 有 $\Delta_q^h = -\Delta_q^{-h}$ 。由此, 可以得到 I_q 区间集合: $I_q = \{\Delta_q^{-p_q-1}, \Delta_q^{-p_q}, (\Delta_q^{-p_q}, \Delta_q^{-p_q+1}), \dots, (\Delta_q^{r_q-1}, \Delta_q^{r_q}), (\Delta_q^{r_q}, \Delta_q^{r_q+1})\}$, 其中每一个区间根据具体问题取闭或开。

利用 I_q 区间集合, 可以将 k_q 表示的偏好强度转化为一个具体的二元偏好关系: $k_q[c_q(x), c_q(y)] \in (\Delta_q^h, \Delta_q^{h+1}) \Leftrightarrow xP_q^h y, h > 0, h \in H_q; k_q[c_q(x), c_q(y)] \in (\Delta_q^{-h-1}, \Delta_q^{-h}) \Leftrightarrow xP_q^h y, h < 0, h \in H_q; k_q[c_q(x), c_q(y)] \in (\Delta_q^{-1}, \Delta_q^1) \Leftrightarrow xP_q^0 y$ 。

2 偏好关系的粗近似

令 $H_p = \bigcup_{q \in P} H_q, \forall P \subseteq C, H_p$ 为优先程度集。在实际计算中, 根据描述准则集的特点设置 H_p , 常用的设置策略为: 针对每个描述准则分别设置 H_q 或针对描述准则集合设置同一个 H_p 。给定 $x, y \in A, \phi \neq P \subseteq C$, 且 $h \in H_p$, 当且仅当 $xP_q^h y$ 且 $f_q \geq h, \forall q \in P$ 时, x 关于准则集 P 正优于 y 达 h 度, 记为 $D_{+,p}^h$; 当且仅当 $xP_q^h y$ 且 $f_q \leq h, \forall q \in P$ 时, x 关于准则集 P 负优于 y 达 h 度, 记为 $D_{-,p}^h$ 。这样, 对于 $\forall P \subseteq C, P \neq \phi$ 在 A 上有 2 个二元关系 $D_{+,p}^h$ 和 $D_{-,p}^h$ 。 $D_{+,p}^h$ 和 $D_{-,p}^h$ 满足下列性质: 如果 $(x, y) \in D_{+,p}^h$, 那么对于 $\forall R \subseteq P, k \leq h$ 有 $(x, y) \in D_{+,R}^k$; 如果 $(x, y) \in D_{-,p}^h$, 那么对于 $\forall R \subseteq P, k \geq h$ 有 $(x, y) \in D_{-,R}^k$ 。

考虑一个定义在参考方案集上的 PCT 系统, 其中决策准则 $\{d\}$ 只取 2 个值 S 和 S^c 。 x 不劣于 y 为 $(x, y) \in S; x$ 劣于 y 为 $(x, y) \in S^c$ 。“不劣于”意为“至少与……一样”。 S 是自反的, 但不对称, 不一定传递。

S 的下近似 \underline{PS}, S 的上近似 \overline{PS} 分别定义为: $\underline{PS} = \bigcup_{h \in H_p} \{(D_{+,p}^h \cap B) \subseteq S\}, \overline{PS} = \bigcap_{h \in H_p} \{(D_{+,p}^h \cap B) \supseteq S\}$ 。用 $D_{-,p}^h$ 近似 S^c , 定义为: $\underline{PS}^c = \bigcup_{h \in H_p} \{(D_{-,p}^h \cap B) \subseteq S^c\}, \overline{PS}^c = \bigcup_{h \in H_p} \{(D_{-,p}^h \cap B) \supseteq S^c\}$ 。因为 S 和 S^c 是用不同的 $D_{+,p}^h$ 和 $D_{-,p}^h$ 来定义的, 所以一般情况下, $\underline{PS} \neq B - \overline{PS}^c$ 而且 $\underline{PS}^c \neq B - \overline{PS}$ 。

3 决策规则的产生

给定 PCT, 那么其中隐含的偏好信息可以用决策规则的形式描述出来。我们把决策规则分为 4 种形式。

- 1) $D_{+,+}$ 决策规则, 如果 $x D_{+,p}^h y \Rightarrow x S y$ 。意为如果至少有一对 $(w, z) \in R$ 满足 $w D_{+,p}^h z$ 和 $w S z$, 且没有 $(u, v) \in R$ 满足 $u D_{+,p}^h v$ 和 $u S^c v$, 那么 $x D_{+,p}^h y \Rightarrow x S y$ 可称为一条 $D_{+,+}$ 决策规则。
- 2) $D_{+,-}$ 决策规则, 如果 $\neg x D_{+,p}^h y \Rightarrow x S^c y$ 。意为如果至少有一对 $(w, z) \in R$ 满足 $\neg w D_{+,p}^h z$ 和 $w S^c z, (u, v) \in R$ 满足 $\neg u D_{+,p}^h v$ 和 $u S^c v$, 那么 $\neg x D_{+,p}^h y \Rightarrow x S^c y$ 可称为一条 $D_{+,-}$ 决策规则。
- 3) $D_{-,-}$ 决策规则, 如果 $\neg x D_{-,p}^h y \Rightarrow x S y$ 。意为如果至少有一对 $(w, z) \in R$ 满足 $\neg w D_{-,p}^h z$ 和 $w S z$, 且没有

$(u, v) \in R$ 满足 $\neg uD_{+,p}^h v$ 和 $uS^c v$, 那么 $\neg xD_{-,p}^h y \Rightarrow xS y$ 可称为一条 $D_{-,}$ 决策规则。

4) $D_{-,}$ 决策规则, 如果 $xD_{-,p}^h y \Rightarrow xS^c y$ 。意为如果至少有一对 $(w, z) \in R$ 满足 $wD_{-,p}^h z$ 和 $wS^c z$, 且没有 $(u, v) \in R$ 满足 $uD_{+,p}^h v$ 和 $uS v$, 那么 $xD_{-,p}^h y \Rightarrow xS^c y$ 可称为一条 $D_{-,}$ 决策规则。

根据以上描述, 在所求规则集合中做如下判断, 即可求得最小规则集合。

若不存在任何其他的规则 $xD_{+,R}^k y \Rightarrow xS y$ 满足 $R \subseteq P$, 且 $k \leq h$, 那么 $D_{+,}$ 决策规则 $xD_{+,p}^h y \Rightarrow xS y$ 是最小规则。若不存在任何其他的规则 $\neg xD_{+,R}^k y \Rightarrow xS^c y$ 满足 $R \subseteq P$, 且 $k \geq h$, 那么 $D_{+,}$ 决策规则 $\neg xD_{+,p}^h y \Rightarrow xS^c y$ 是最小规则。若不存在任何其他的规则 $\neg xD_{-,R}^k y \Rightarrow xS y$ 满足 $R \subseteq P$, 且 $k \leq h$, 那么 $D_{-,}$ 决策规则 $\neg xD_{-,p}^h y \Rightarrow xS y$ 是最小规则。若不存在任何其他的规则 $xD_{-,R}^k y \Rightarrow xS^c y$ 满足 $R \subseteq P$, 且 $k \geq h$, 那么 $D_{-,}$ 决策规则 $xD_{-,p}^h y \Rightarrow xS^c y$ 是最小规则。

4 决策规则的应用

我们的目的是求出方案集中方案间是否满足 S 或 S^c 。根据以上定义, 已经得到了 S 或 S^c 的近似, 并从近似当中提取出了决策规则。这里提出一种将这些决策规则如何应用到方案对上的方法。不妨先令 $(u, v) \in M \times M$, 且 $M \subseteq A$ 。设 $xD_{+,p}^h y \Rightarrow xS y$ 是一条 $D_{+,}$ 规则, 如果 $uD_{+,p}^h v$ 成立, 那么可确定 $uS v$ 。设 $\neg xD_{+,p}^h y \Rightarrow xS^c y$ 是一条 $D_{+,}$ 规则, 如果 $\neg uD_{+,p}^h v$ 成立, 那么可确定 $uS^c v$ 。设 $\neg xD_{-,p}^h y \Rightarrow xS y$ 是一条 $D_{-,}$ 规则, 如果 $\neg uD_{-,p}^h v$ 成立, 那么可确定 $uS v$ 。设 $xD_{-,p}^h y \Rightarrow xS^c y$ 是一条 $D_{-,}$ 规则, 如果 $uD_{-,p}^h v$ 成立, 那么可确定 $uS^c v$ 。

将这 4 条法则运用到 $M \times M$ 上, 出现 4 种情况, 归纳为: ①真优先, 表示为 $uS^T v$: 当存在至少一条 $D_{+,}$ 规则和(或)至少一条 $D_{-,}$ 规则表明 $uS v$ 时, 且没有 $D_{-,}$ 规则或 $D_{+,}$ 规则表明 $uS^c v$ 时, 我们认为 (u, v) 满足 $uS^T v$; ②虚优先, 表示为 $uS^F v$: 当存在至少一条 $D_{-,}$ 规则和(或)至少一条 $D_{+,}$ 规则表明 $uS^c v$, 且没有 $D_{+,}$ 规则或 $D_{-,}$ 规则表明 $uS v$ 时, 我们认为 (u, v) 满足 $uS^F v$; ③矛盾, 表示为 $uS^K v$: 当存在至少一条 $D_{+,}$ 规则和(或)至少一条 $D_{-,}$ 规则表明 $uS v$, 且至少有一条 $D_{+,}$ 规则和(或) $D_{-,}$ 规则表明 $uS^c v$ 时, 我们认为 (u, v) 满足 $uS^K v$; ④未知, 表示为 $uS^U v$: 当不存在 $D_{+,}$ 规则和(或) $D_{-,}$ 规则表明 $uS v$, 也不存在 $D_{-,}$ 规则和(或) $D_{+,}$ 规则表明 $uS^c v$ 时, 我们认为 (u, v) 满足 $uS^U v$ 。

定理 所有从给定的 S_{PCT} 上得到的决策规则应用到 $(u, v) \in M \times M$ 导出的结果与应用从 S_{PCT} 上得到的最小决策规则导出的结果是相同的。由 $D_{+,p}^h$ 和 $D_{-,p}^h$ 的性质易证得, 具体证明过程略。

从定理中可以看出, 所有的决策规则都可以用其最小决策规则集合完全的表征, 这表明在判明方案时, 仅用最小规则就可以得到满意的结果。

为了求出 A 中方案的排序, 我们采用打分的方法。不妨设 $x \in M, M \subseteq A$ 。令

$$S^{++}(x) = \text{card}(\{y \in M: \exists D_{+,} \wedge (\forall) \exists D_{-,} \Rightarrow xS y\})$$

$$S^{+-}(x) = \text{card}(\{y \in M: \exists D_{+,} \wedge (\forall) \exists D_{-,} \Rightarrow yS x\})$$

$$S^{-+}(x) = \text{card}(\{y \in M: \exists D_{+,} \wedge (\forall) \exists D_{-,} \Rightarrow yS^c x\})$$

$$S^{--}(x) = \text{card}(\{y \in M: \exists D_{+,} \wedge (\forall) \exists D_{-,} \Rightarrow xS^c y\})$$

对于每个 $x \in M$, 定义综合分为: $S(x) = S^{++}(x) - S^{+-}(x) + S^{-+}(x) - S^{--}(x)$ 。对于排序问题, $S(x)$ 值越高越优于其它方案; 对于选择问题, 使 $S(x^*) = \max_{x \in M} S(x)$ 成立的 x^* 便是最终选出的方案。

5 实例

根据文献[5]提供的乡村供水系统规划实例, 被选方案共为 69 个, 每个方案由 4 个准则描述, 准则呈降序偏好(即准则值越大表示方案越差), 参考方案集合由其中的 6 个被选方案(A_1, A_2, \dots, A_6)组成, 专家对参考方案排序。要求根据专家对参考方案的排序, 推导出方案集中的最优者, 并对方案集排序。为了使问题易于说明, 我们只取原被选方案的前 20 个, 原例中其它不做改动。

前 20 个被选方案为: Var. 1_A、Var. 1_B、Var. 1_C、Var. 2_A、Var. 2_B、Var. 2_C、Var. 3_A、Var. 3_B、Var. 3_C、Var. 4_A、Var. 4_B、Var. 4_C、Var. 5_A、Var. 5_B、Var. 5_C、Var. 6_A、Var. 6_B、Var. 6_C、Var. 7_A 和 Var. 7_

B。其准则值如表 1 所示,参考方案集见表 2。其计算结果如表 3、表 4 所示。

表 1 方案集

| | 1_A | 1_B | 1_C | 2_A | 2_B | 2_C | 3_A | 3_B | 3_C | 4_A |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 投资 q1 | 253.3 | 254.99 | 251.3 | 255.08 | 252.64 | 252.62 | 273.24 | 278.6 | 272.44 | 239.52 |
| 维护费 q2 | 28.41 | 28.58 | 27.25 | 29.64 | 28.9 | 28.25 | 30.23 | 31.25 | 28.89 | 28.18 |
| 可靠程度 q3 | 7.778 | 7.881 | 7.505 | 7.131 | 7.002 | 6.967 | 8.343 | 8.717 | 8.013 | 7.387 |
| 距离 q4 | 311 | 311 | 311 | 331 | 331 | 331 | 335 | 335 | 335 | 298 |
| | 4_B | 4_C | 5_A | 5_B | 5_C | 6_A | 6_B | 6_C | 7_A | 7_B |
| 投资 | 241.33 | 239.66 | 245.11 | 249.33 | 246.64 | 254.44 | 255.39 | 252.44 | 275.52 | 273.87 |
| 维护费 | 30.22 | 27.86 | 27.35 | 26.78 | 27.22 | 27.66 | 26.46 | 26.5 | 38.08 | 29.4 |
| 可靠程度 | 7.266 | 7.107 | 7.603 | 7.468 | 7.644 | 7.52 | 7.205 | 7.242 | 8.53 | 8.401 |
| 距离 | 298 | 298 | 249 | 249 | 249 | 354 | 354 | 354 | 379 | 379 |

表 2 参考方案集及其排序

| 方案 | q1 | q2 | q3 | q4 | 排序 |
|----|-------|------|------|-----|----|
| A1 | 274.9 | 29.0 | 4.8 | 358 | 1 |
| A2 | 292.4 | 26.6 | 2.5 | 390 | 2 |
| A3 | 264.8 | 25.7 | 8.9 | 392 | 3 |
| A4 | 252.6 | 28.9 | 7.0 | 331 | 4 |
| A5 | 286.8 | 26.5 | 11.6 | 421 | 5 |
| A6 | 290.0 | 29.4 | 10.1 | 393 | 6 |
| A7 | 293.5 | 27.4 | 13.5 | 408 | 7 |

表 3 最小规则集

| $D_{+,+}$ 规则 | $D_{-,-}$ 规则 | $D_{+,-}$ 规则 | $D_{-,+}$ 规则 |
|---------------------------------------------|------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| 1. $x D_{ q1,q2 }^2 y \Rightarrow x S y$ | 9. $x D_{ q1,q2 }^{-2} y \Rightarrow x S^c y$ | 15. $\neg x D_{ q3 }^{-1} y \Rightarrow x S^c y$ | 17. $\neg x D_{ q3 }^1 y \Rightarrow x S y$ |
| 2. $x D_{ q3 }^2 y \Rightarrow x S y$ | 10. $x D_{ q3 }^{-2} y \Rightarrow x S^c y$ | 16. $\neg x D_{ q4 }^{-2} y \Rightarrow x S^c y$ | 18. $\neg x D_{ q4 }^2 y \Rightarrow x S y$ |
| 3. $x D_{ q1,q3 }^1 y \Rightarrow x S y$ | 11. $x D_{ q1,q3 }^{-1} y \Rightarrow x S^c y$ | | |
| 4. $x D_{ q1,q2,q3 }^0 y \Rightarrow x S y$ | 12. $x D_{ q4 }^{-3} y \Rightarrow x S^c y$ | | |
| 5. $x D_{ q4 }^1 y \Rightarrow x S y$ | 13. $x D_{ q2,q4 }^{-1} y \Rightarrow x S^c y$ | | |
| 6. $x D_{ q2,q4 }^1 y \Rightarrow x S y$ | 14. $x D_{ q3,q4 }^{-1} y \Rightarrow x S^c y$ | | |
| 7. $x D_{ q3,q4 }^1 y \Rightarrow x S y$ | | | |
| 8. $x D_{ q2,q3,q4 }^0 y \Rightarrow x S y$ | | | |

表 4 方案排序结果

| 方案名称 Var. | 5_B | 5_C | 5_A | 6_C | 1_C 4_C | 6_B | 4_A | 1_A | 6_A | 1_B | 2_C 4_B | 2_B | 2_A | 3_C | 3_A | 7_B | 3_B | 7_A |
|-----------|-----|-----|-----|-----|------------|-----|-----|-----|-----|-----|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 方案得分 | 31 | 30 | 28 | 17 | 16 | 12 | 10 | 4 | 3 | -1 | -3 | -7 | -14 | -15 | -26 | -30 | -31 | -37 |
| 方案排序 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |

6 结语

最小规则集合的获取是算法的核心内容,我们不妨用本参考方案集的 LERS 系统^[6]处理所得规则与本算法的最小规则做比较。

LERS 系统以不可分辨关系为基础计算决策类近似,用 LERS 处理参考方案集所得规则为:①若关于 $q2, q4, x$ 与 y 无差别,则 $x S y$;②若关于 $q3, x$ 偏好于 y ,则 $x S y$;③若关于 $q3, x$ 强偏好于 y ,则 $x S y$;④若关于 $q2, x$ 强偏好于 y ,关于 $q3, x$ 与 y 无差别,则 $x S y$;⑤若关于 $q2, q3, x$ 弱偏好于 y ,则 $x S y$;⑥若关于 $q2, y$ 偏好于 x ,关于 $q3, y$ 弱偏好于 x ,则 $x S y$;⑦若关于 $q2, x$ 与 y 无差别,关于 $q3, x$ 弱偏好于 y ,则 $x S y$;⑧若关于 $q2, x$ 弱偏

好于 y , 关于 q_3 , x 与 y 无差别, 则 xSy ; ⑨若关于 q_3 , y 偏好于 x , 则 xSy ; ⑩若关于 q_3 , y 强偏好于 x , 则 xSy ; (11) 若关于 q_2 , y 强偏好于 x , 关于 q_3 , y 与 x 无差别, 则 xSy ; (12) 若关于 q_2 , y 弱偏好于 x , 关于 q_3 , y 弱偏好于 x , 则 xSy ; (13) 若关于 q_2 , x 偏好于 y , 关于 q_3 , x 弱偏好于 y , 则 xSy ; (14) 若关于 q_2 , x 与 y 无差别, 关于 q_3 , y 弱偏好于 x , 则 xSy ; (15) 若关于 q_2 , y 弱偏好于 x , 关于 q_3 , x 与 y 无差别, 则 xSy 。

LERS 的有些规则说明的蕴涵关系与 PCT 表示的含义不一致。比如, 规则①说明若关于 q_2 和 q_4 , x 与 y 无差别, 则 xSy 。那么, 易知若关于 q_2 和 q_4 , x 与 y 无差别或 x 至少偏好于 y , 则更应得到 xSy 的结论。然而, PCT 表(表 4)显示, 关于 q_2 , A_3 若偏好于 A_2 , 关于 q_4 , A_3 与 A_2 无差别, 则 $A_3S^cA_2$ 。再如, 规则(12), 若关于准则 q_2 和 q_3 , y 弱偏好于 x , 那么 $xS^c y$, 但在 PCT 中, 关于准则 q_2 , A_2 偏好于 A_1 , 关于准则 q_3 , A_2 弱偏好于 A_1 , 结果却是 A_1SA_2 。另一种不一致性, 即对同一个方案对, 应用不同决策规则时导出的方案综合偏好关系不一致。如规则⑥表明, 若关于 q_2 , y 偏好于 x , 关于 q_3 , y 弱偏好于 x , 那么 xSy , 但, 规则(13)却表明, 若关于 q_2 , x 偏好于 y , 关于 q_3 , x 弱偏好于 y , 那么 $xS^c y$! 规则(12)、(14)、(15)均有此种现象。

以上说明, 基于经典粗集理论的规则获取方法直接用于解决多准则决策问题有内在的缺陷, 它不能发现某些不一致性。从计算结果可以看出所有支持最小规则的方案对中, 没有出现上述的不一致性, 这也说明用分级优先关系代替不可分辨关系进行粗近似 S 和 S^c 获得规则是有效的。

参考文献:

- [1] Pawlak Z. Rough Sets – Theoretical Aspects of Reasoning About Data[M]. Dordrent: Kluwer Academic Publisher, 1991.
- [2] Slowinski R. Rough Set Learning of Preferential Attitude in Multi – Criteria Decision Making [A]. In: Komorowski J, Ras Z W. Methodologies for Intelligent Systems, Lecture Notes in Artificial Intelligence[C]. Berlin: Springer, 1993, 642 – 651.
- [3] 花文健, 刘作良, 杨凡. 一种新的知识表示模型及其规则推导[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2003, 4(6): 44 – 47.
- [4] Greco S, Matarazzo B, Slowinski R. Rough Set Approach to Multi – Attribute Choice and Ranking Problems [A]. Fandel G, Gal T. Multiple – Criteria Decision Making, Proceedings of the 12th International Conference[C]. Berlin: Springer, 1997, 318 – 329.

(编辑: 门向生)

A Method of Measuring Preference and Deriving Rules in MCDM Based on Rough Sets Theory

HUA Wen – jian, LIU Zuo – liang

(The Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China)

Abstract: A new method of rough measure of the preference degree between action pairs in MCDM is presented based on the Rough Sets theory. The preference degrees of reference action pairs are quantitatively represented by the sets of intervals derived from criteria value of reference action. The comprehensive preference relations of the reference action pairs are approximated respectively by the upper and the lower sets to derive the preference information potential in reference action set in terms of decision rules with no inconsistency found in LRES method. A computational study shows that this new method achieves significant improvement over the method based on the indiscernibility relation.

Key words: graded preference relation; rough approximation; MCDM; decision rules