

智能悬臂梁有效弯矩的理论分析与确定方法

汪秀君, 陈 兮, 李二宝

(空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800)

摘 要:利用压电材料的逆压电效应可将其制成驱动元件,即当对它施加电压时,由于电场的作用造成压电元件变形。智能悬臂梁,如压电驱动器采用对称安装,在极性相反的控制电压作用下,产生纯弯曲控制力矩。通过分析智能梁横截面上的应变分布,推导出由压电驱动器应变产生的有效弯矩的理论计算公式,并给出确定有效弯矩的两种方法。

关键词:压电材料;有效弯矩;挠度;转角

中图分类号: O341 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2002)03-0081-03

压电材料重量轻,频响宽、控制和安装方便,利用正压电效应可将压电材料制成传感元件,利用逆压电效应又可将压电材料制成驱动元件,即当对它施加电压时,由于电场的作用造成压电元件变形,具有将电能转化成机械能的能力。在所有力感应、致动系统中,压电智能材料是比较理想、有前途的一种。现以压电悬臂梁为例,研究梁在直流电压作用下产生的有效弯矩的理论分析与确定方法。

1 有效弯矩的理论分析

图1所示为该智能结构的组成。梁是以弹性材料(比如钢、铝等)作为弹性基体,其长度、厚度和宽度分别用 l 、 $2h$ 、 b 来表示,弹性模量为 E_1 。其上表面和下表面分别对称粘贴有压电元件,均作为压电致动器。认为压电元件与基体粘结牢固,压电材料厚度为 t ,弹性模量为 E_2 。用下标 e 表示弹性基层,用下标 p 表示压电层。粘结层的厚度、弹性模量较基体、压电层的较小,在此不计。在极性相反的控制电压作用下,根据逆压电效应,外加电压为 V ,压电驱动器中的应变均匀分布为

$$\varepsilon_p = \frac{d_{31} V}{t} \quad (1)$$

式中: d_{31} ——压电应变系数。

假定梁的厚度足够薄,且是小变形,根据材料力学的平面假设,在梁的横截面上应变是连续线性分布^[1],所以在界面上即 $y = h$, $\varepsilon_{ch} = \varepsilon_p$

梁横截面沿 y 方向的应变为

$$\varepsilon_e = \frac{d_{31} V}{th} \cdot y \quad (2)$$

根据虎克定律,横截面上的应力分布为

$$\begin{cases} \sigma_e = \frac{E_1 d_{31} V}{th} \cdot y & -h < y < h \\ \sigma_p = \frac{E_2 d_{31} V}{t} & -h-t \leq y \leq -h; h \leq y \leq h+t \end{cases} \quad (3)$$

通过静力学中求合力的概念求应力(即分布内力)的合力,也就是常说的截面的内力。显然其截面上仅

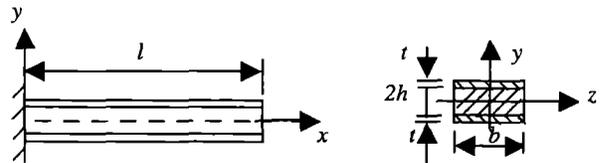


图1 智能结构的组成

有一绕 z 轴转动的弯矩,且是均匀分布的。

由对称布置的压电驱动器压电应变产生的有效弯矩为

$$M = 2 \int_0^h \sigma_e y b dy + 2 \int_h^{h+t} \sigma_p y b dy = \frac{2E_1 h^2 + 3E_2 t^2 + 6E_2 h t}{3t} d_{31} b V \quad (4)$$

由上式可知梁横截面尺寸 h 、 b 越大, M 越大,但从另一角度来说,截面的尺寸越大,截面对中性轴 z 的惯性矩 I_z 越大,抗弯刚度 $E I_z$ 越大就限制了复合结构的弯曲,尤其是厚度的选择要谨慎;由式(1)可知,常电压作用下较薄的压电致动器可以产生较大的压电应变,进而产生较大的有效弯矩,有效弯矩还正比于所加电压,但压电材料有一最大允许电场强度,一旦超过允许电场强度,压电材料将失去其压电特性;压电应变常数 d_{31} 表明压电材料的机电耦合程度,有效弯矩正比于压电常数 d_{31} ,提高压电常数 d_{31} 可获得较大的有效弯矩;要讨论压电层厚度对弯矩的影响,我们需先定其它参数,影响比较复杂,其横截面尺寸应当综合考虑、优化设计;有效弯矩还与基体材料的弹性模量 E_1 成正比,刚基体比铝基体的有效弯矩要大^[2]。

2 确定有效弯矩的方法

仍以上述的压电悬臂梁为例,在极性相反的控制电压作用下,若上部的压电层产生拉伸,下部的产生等效压缩,产生的作用相当于一绕 z 轴转动的弯矩,梁处于纯弯曲,与一般的悬臂梁在自由端受外力偶矩 M_e 的作用结果是等效的,如图2所示。

取梁在变形前的轴线为 x 轴,与轴线垂直的轴为 y 轴,坐标原点 o 取在固定端处。梁变形后轴线上的点(横截面的形心)在 y 方向上的位移称为该点的挠度,横截面绕其中性轴转动的角度 θ 称为该截面的转角。梁在变形后的轴线称为挠曲线,该挠曲线为一圆弧。

根据梁的挠曲线近似微分方程^[1]

$$E_1 I_z y'' = M \quad (5)$$

这里

$$I_z = \frac{1}{12} b (2h)^3 + 2 \times \left[\frac{1}{12} \frac{E_2}{E_1} b t^3 + \frac{E_2}{E_1} b t \left(h + \frac{t}{2} \right)^2 \right] = \frac{2b}{3E_1} (E_1 h^3 + E_2 t^3 + 3E_2 h t^2 + 3E_2 h t^2)$$

悬臂梁中,边界条件是固定端处的挠度和转角都等于零,即

$$x=0, y=0; \theta=0$$

所以梁的转角方程为

$$\theta(x) = \frac{Mx}{E_1 I_z} \quad (6)$$

梁的挠度方程为

$$y(x) = \frac{1}{2} \frac{M}{E_1 I_z} x^2 \quad (7)$$

悬臂梁自由端转角

$$\theta = \frac{Ml}{E_1 I_z} \quad (8)$$

悬臂梁自由端中心的位移为

$$y_l = \frac{1}{2} \frac{M}{E_1 I_z} l^2 \quad (9)$$

变换式(8)、(9)得

$$M = \frac{E_1 I_z \theta}{l} \quad (10)$$

$$M = \frac{2E_1 I_z y_l}{l^2} \quad (11)$$

图2所示通过测量自由端的挠度、根据式(11)可以确定有效弯矩,也可由图3所示通过测量悬臂梁自由端转角,根据式(10)并代入其它常数求出有效弯矩。

智能压电悬臂梁如采用对称安装,功能不对称,如上部压电层作为致动产生拉伸,下部压电层作为传感

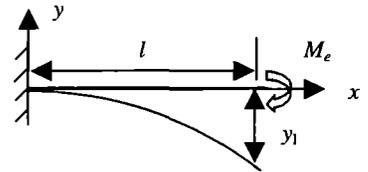


图2 悬臂梁的挠曲线

器,集传感、致动于一体,此时的智能梁是拉弯组合变形,产生弯曲的同时还有轴向拉伸变形,图2所示测自由端垂直位移(挠度)去计算有效弯矩存在较大误差。用图3所示方法测自由端转角进而确定有效弯矩。

3 结论及应用前景

1)给出了压电悬臂梁有效弯矩的理论分析及确定有效弯矩的方法,根据图2或图3还可以测压电系数、悬臂梁在直流电压作用下的致动能力等相关的其它参数。

2)通过分析可以看出,采用压电致动可以对梁、板的弯曲位移或形状实施主动控制。并且可根据构件形状尺寸和材料,在不同区域安置压电驱动器,致动元件也可以是分布式的表面粘贴或内嵌(但致动元件绝不能置于中性层)、具有不同的压电性能和几何形状,可以改变结构的应力分布,强度、刚度、形状等,得到人们需要的结构外形和位置^[3]。例如采用压电复合材料可以实现飞机设计者一直期望的能够自适应改变翼型和迎角的无舵面飞机。

3)采用AC(交流电)可对梁、板、筒体和薄壁结构的振动与噪声控制。在振动控制方面,与梁相比圆柱筒体的振动控制更为复杂,也更有实用价值,导弹弹体结构以及飞机机身的力学模型都可简化为圆柱筒体。压电元件安装简便易行,无需改变原有结构,可为结构的振动与噪声控制提供新的有效手段。

4)智能悬臂梁尺寸也在微型化,使其在微系统的应用中逐步成为可能,比如在SFM(scanning force microscopy)微系统中实现原子处理、高密度数据存贮等^[4]。

参考文献:

- [1] 孙训方. 材料力学[M]. 北京:人民教育出版社, 1979.
- [2] 马治国, 闻邦春, 颜云辉. 智能结构中压电材料厚度的设计[J], 机械设计, 1999, 1(1): 15-17.
- [3] 胡益平, 魏泳涛. 智能平板弯曲位移的主动控制方法[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2000, 32(4): 25-27.
- [4] Chengkuo lee, Toshihiro Itoh, Tadatomo Suga. Self-excited piezoelectric PZT microcantilevers for dynamic SFM—With inherent sensing and actuating capabilities[J]. Sensors and Actuators A72, 1999:179-188.

(编辑:田新华)

The Theoretical Analysis and Measurement of the Effective Moment of the Intelligent Cantilever Beam

WANG Xiu-jun, CHEN Xi, LI Er-bao

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China)

Abstract: This paper deals with the problem that the piezoelectric material can be made into driver elements by utilizing its inverse piezoelectric effect - i. e. when voltage is impressed across the material, the deformation of the piezoelectric element will be caused because of the effect of electric field. The intelligent cantilever, if the piezoelectric drivers are fitted symmetrically, will produce the pure bend control moment under the effect of the control voltage with opposite polarities. Through analysis of the strain distribution over the transverse section of the intelligent cantilever beam, the theoretical calculating formula for the effective bending moment caused by piezoelectric driver train is deduced and two methods of measurement of the effective bending moment are presented.

Key words: piezoelectric material; efficient moment; deflection; slope

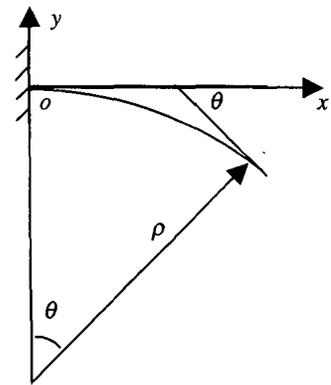


图3 悬臂梁自由端转角