战术选择模糊对策分析

余江明[1]，高　尚[2]
(1.空军工程大学 训练部，陕西 西安 710043;2.华东船舶工业学院 电子与信息系，江苏 镇江 212003)

摘　要:提出选择战术模糊对策支付矩阵概念,用两种方法求解模糊对策问题,对模糊对策的灵敏度作了分析,并得出了一些重要结论,最后给出了一个实例。

关键词:对策论;模糊支付矩阵;模糊数
中图分类号:O159 O225　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009-3516(2002)03-0044-03

甲方有 m 个战术 $S_1,S_2,\cdots,S_m$ 可供选择,乙方有 n 个对付战术 $N_1,N_2,\cdots,N_n$ 可供选择,甲方选定策略 S_i 和乙方选定策略 N_j 后,就形成了一个局势 (S_i,N_j),以毁伤乙方目标数目为赢得值 a_{ij}。由于局势的结果常带有很多模糊性和不确定性,实际数据并不精确,总有误差,用模糊数来表示支付数据,这样支付矩阵 $\boldsymbol{A}$ 就成模糊支付矩阵 $\underset{\sim}{\boldsymbol{A}}$·

$$\underset{\sim}{\boldsymbol{A}}=\begin{bmatrix} \underset{\sim}{a_{11}} & \underset{\sim}{a_{12}} & \cdots & \underset{\sim}{a_{1n}} \\ \underset{\sim}{a_{21}} & \underset{\sim}{a_{22}} & \cdots & \underset{\sim}{a_{2n}} \\ \vdots & & & \vdots \\ \underset{\sim}{a_{m1}} & \underset{\sim}{a_{m2}} & \cdots & \underset{\sim}{a_{mn}} \end{bmatrix}$$

研究的主要目的是在得到模糊支付矩阵的情况下,选择最优策略。

1　解法

设模糊数 $\underset{\sim}{a_{ij}}(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n)$ 的隶属函数为三角形函数 $(a_{ij1},a_{ij2},a_{ij3})$,其 α 截集为 $a_{ij\alpha}=[a_{ijl},a_{iju}]$,其中:$a_{ijl}=(a_{ij2}-a_{ij1})\alpha+a_{ij1}$,$a_{iju}=(a_{ij2}-a_{ij3})\alpha+a_{ij3}$,$\alpha$ 截集是一个区间。支付矩阵为区间矩阵:

$$\boldsymbol{A}_\alpha=\begin{bmatrix} [a_{11l},a_{11u}] & [a_{12l},a_{12u}] & \cdots & [a_{1nl},a_{1nu}] \\ [a_{21l},a_{21u}] & [a_{22l},a_{22u}] & \cdots & [a_{2nl},a_{2nu}] \\ \vdots & & & \\ [a_{m1l},a_{m1u}] & [a_{m2l},a_{m2u}] & \cdots & [a_{mnl},a_{mnu}] \end{bmatrix}$$

对区间支付矩阵,有两种方法求解最优策略:乐观系数法和上下限法。

1.1　乐观系数法

假设 λ 为甲方乐观系数,它的大小反映甲方的乐观程度,把 α 截集区间变为一个数,$a_{ij\lambda}=\lambda a_{ijl}+(1-\lambda)a_{iju}$,模糊支付矩阵变为甲方赢得矩阵:

$$\boldsymbol{A}_{\alpha\lambda}\doteq\begin{bmatrix} a_{11\lambda} & a_{12\lambda} & \cdots & a_{1n\lambda} \\ a_{21\lambda} & a_{22\lambda} & \cdots & a_{2n\lambda} \\ \vdots & & & \\ a_{m1\lambda} & a_{m2\lambda} & \cdots & a_{mn\lambda} \end{bmatrix}$$

对于支付矩阵 $\boldsymbol{A}_{\alpha\lambda}$,不论有没有鞍点,甲方采用策略的概率是由下列线性规划得到:

收稿日期:2001-05-17
作者简介:余江明(1971-),男,安徽铜陵人,硕士,主要从事信号信息处理工作.

$$
\begin{aligned}
&\max u \\
&s.t.\quad \sum_{i=1}^{m} a_{ij\lambda} x_i \geqslant u \qquad (j=1,\cdots,n) \\
&\qquad \sum_{i=1}^{m} x_i = 1 \\
&\qquad x_i \geqslant 0 \qquad (i=1,\cdots,m)
\end{aligned}
\tag{1}
$$

假设 γ 为乙方乐观系数，它的大小反映乙方的乐观程度，把 α 截集区间变为一个数，$a_{ij\gamma}=\gamma a_{ijl}+(1-\gamma)a_{iju}$，模糊支付矩阵变为乙方输得的矩阵：

$$
\boldsymbol{A}_{\alpha\gamma}=\begin{bmatrix} a_{11\gamma} & a_{12\gamma} & \cdots & a_{1n\gamma} \\ a_{21\gamma} & a_{22\gamma} & \cdots & a_{2n\gamma} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{m1\gamma} & a_{m2\gamma} & \cdots & a_{mn\gamma} \end{bmatrix}
$$

对于支付矩阵 $\boldsymbol{A}_{\alpha\gamma}$，不论有没有鞍点，乙方采用策略的概率是由下列线性规划得到：

$$
\begin{aligned}
&\min v \\
&s.t.\quad \sum_{\gamma=1}^{n} a_{ij\lambda} y_\gamma \leqslant v \qquad (i=1,\cdots,m) \\
&\qquad \sum_{\gamma=1}^{n} y_\gamma = 1 \\
&\qquad y_\gamma \geqslant 0 \qquad (j=1,\cdots,n)
\end{aligned}
\tag{2}
$$

1.2　上下限法

对于甲方，取模糊区间支付矩阵的下限为甲方赢得矩阵；

$$
\boldsymbol{A}_{\alpha l}=\begin{bmatrix} a_{11l} & a_{12l} & & a_{1nl} \\ a_{21l} & a_{22l} & & a_{2nl} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{m1l} & a_{m2l} & \cdots & a_{mnl} \end{bmatrix}
$$

对于支付矩阵 $\boldsymbol{A}_{\alpha l}$，不论有没有鞍点，甲方采用策略的概率是由下列线性规划得到：

$$
\begin{aligned}
&\max u \\
&s.t.\quad \sum_{i=1}^{m} a_{ijl} x_i \geqslant u \qquad (j=1,\cdots,n) \\
&\qquad \sum_{i=1}^{m} x_i = 1 \\
&\qquad x_i \geqslant 0 \qquad (i=1,\cdots,m)
\end{aligned}
\tag{3}
$$

对于乙方，取模糊区间支付矩阵的上限为乙方输得矩阵；

$$
\boldsymbol{A}_{\alpha u}=\begin{bmatrix} a_{11u} & a_{12u} & \cdots & a_{1nu} \\ a_{21u} & a_{22u} & \cdots & a_{2nu} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{m1u} & a_{m2u} & \cdots & a_{mnu} \end{bmatrix}
$$

对于支付矩阵 $\boldsymbol{A}_{\alpha u}$，不论有没有鞍点，甲方采用策略的概率是由下列线性规划得到：

$$
\begin{aligned}
&\min v \\
&s.t.\quad \sum_{j=1}^{n} a_{iju} y_i \leqslant v \qquad (i=1,\cdots,m) \\
&\qquad \sum_{j=1}^{n} y_j = 1 \\
&\qquad y_j \geqslant 0 \qquad (j=1,\cdots,n)
\end{aligned}
\tag{4}
$$

2　灵敏度分析

以线性规划式(1)来分析，系数 $a_{ij\lambda}(i=1,2,\cdots,m;y=1,2,\cdots,n)$ 变化量相同，即 $a_{ij\lambda}$ 变为 $a_{ij\lambda}+\triangle$，此时规划变为

$$
\begin{aligned}
&\max u \\
&s.t.\quad \sum_{j=1}^{m}(a_{ij\lambda}+\triangle)x_i \geqslant u \qquad (y=1,\cdots,n) \\
&\qquad \sum_{i=1}^{m} x_i = 1 \\
&\qquad x_i \geqslant 0 \qquad (i=1,\cdots,m)
\end{aligned}
$$

由约束条件$\sum_{i=1}^{m}x_i=1$,令$u=u'+\triangle$,上式变为:

$$
\begin{aligned}
&\max u'+\triangle \\
&s.t.\quad \sum_{i=1}^{m}(a_{ij\lambda})x_i \geqslant u' \qquad (j=1,\cdots,n) \\
&\qquad \sum_{i=1}^{m} x_i = 1 \\
&\qquad x_i \geqslant 0 \qquad (i=1,\cdots,m)
\end{aligned} \tag{5}
$$

可以看出线性规划式(5)与式(1)的解($x_1,x_2,\cdots,x_m$)相同,只是目标函数值相差△。同样分析可以得到线性规划式(2)、式(3)和式(4)的情形与式(1)一样,系数增加量相同时,局中选择策略的概率不变。

3 例子

例如甲方有4个策略S_1,S_2,S_3,S_4可供选择,乙方有5个策略N_1,N_2,N_3,N_4,N_5可供选择,纯策略对策G的支付矩阵为

$$
\begin{bmatrix}
\tilde{9} & \tilde{3} & \tilde{1} & \tilde{8} & \tilde{0} \\
\tilde{6} & \tilde{5} & \tilde{4} & \tilde{6} & \tilde{7} \\
\tilde{2} & \tilde{4} & \tilde{3} & \tilde{3} & \tilde{8} \\
\tilde{5} & \tilde{6} & \tilde{2} & \tilde{2} & \tilde{1}
\end{bmatrix}
$$

模糊数M的隶属函数,采用三角形函数$(M-2,M,M+2)$,即

$$
\mu_M(x)=\begin{cases}
0 & x<M-2 \\
(x-M+2)/2 & M-2\leqslant X<M \\
(M+2-x)/2 & M\leqslant x<M+2 \\
0 & x>M+2
\end{cases}
$$

$\alpha=0.01$,$\lambda=0.5$,$\gamma=0.6$,两种方法结果一样,甲方采用策略的概率($x_1,x_2,\cdots,x_m$)为(0,0.8,0.2,0);乙方采用策略的概率($y_1,y_2,\cdots,y_n$)为(0,0.8,0.1462,0.0538,0)。由于模糊数M的隶属函数采用三角形函数$(M-2,M,M+2)$,α、λ和γ改变时,系数增加量相同,所以乙、甲方选择的最优策略不改变。

参考文献:

[1] 汪培庄. 模糊集合论及其应用[M]. 上海:上海科学技术出版社,1983.
[2] 魏国华. 傅家良,周仲良. 实用运筹学[M]. 上海:复旦大学出版社,1987.
[3] 马特韦楚克 Φ A. 运筹学手册[M]. 程云门. 北京:新时代出版社,1982.

(编辑:田新华)

Analysis of Tactics Choice Based on Fuzzy Game

YU Jiang-ming[1], GAO Shang[2]
(1. Teaching department, Air Fore Engineering University Xi'an 710043, China; 2. East China shipbuilding institute, Jiangsu Zhenjiang 212003, China)

Abstract: The fuzzy payoff matrix of tactics game is given. Two methods to solve fuzzy game are put forward. The sensitivity of fuzzy payoff matrix is analyzed, and some useful and important conclusion is got. At last, an example is given.

Keywords: game; fuzzy payoff matrix; fuzzy mumber