

# 白化处理对快速确定 GPS 整周模糊度算法的研究

陈树新<sup>1,2</sup>, 王永生<sup>2</sup>, 陆旭明<sup>2</sup>

(1. 空军工程大学 电讯工程学院, 陕西 西安 710077; 2. 西北工业大学 电子工程系, 陕西 西安 710068)

**摘要:**给出了一种快速 GPS 模糊度分解算法的改进方法,该算法通过白化处理,消除或减弱短时间内 GPS 载波双差观测量的相关性,提高了卡尔曼滤波器对模糊度估计精度,仿真结果表明:对于短基线情况去相关处理可以在较短的时间内获得较小的估计偏差。

**关键词:**载波相位测量;整周模糊度;Kalman 滤波器;白化处理

**中图分类号:**TP391 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2001)05-0014-04

以载波相位为观测量进行实时动态定位法,可极大提高 GPS 导航定位精度,实现高精度卫星导航<sup>[1]</sup>。但考虑到 GPS 动态测量的机动性和观测环境的复杂性,实时动态定位的关键是载波相位整周模糊度的动态快速确定,目前国内外提出了多种快速解算整周模糊度的算法。文献[2~4]分别给予了介绍。其中搜索算法是有较强理论依据的方法,其性能依赖于浮动解估计质量。提高浮动解估计质量可以利用改变卫星和接收机几何位置得到,这需要进行较长时间观测,而载波相位动态定位需要在较短时间内解算整周模糊度。本文引入白化处理过程,对于估计数据进行去相关处理,消除或减弱短时间内 GPS 载波双差观测量的相关性,提高模糊度估计精度,得到一种性能优良的快速解算整周模糊度较为有效的算法。

## 1 整周模糊度的求解

在已知卫星瞬时位置的情况下,测相伪距观测方程为<sup>[5]</sup>

$$\varphi_i'(t)\lambda = \rho_{i0}'(t) - [l_i'(t) \quad m_i'(t) \quad n_i'(t)] \cdot \begin{bmatrix} \delta X_i \\ \delta Y_i \\ \delta Z_i \end{bmatrix} - \lambda N_i'(t_0) + C[\delta t_i(t) - \delta t'(t)] + \Delta_{i,p}'(t) + \Delta_{i,r}'(t) \quad (1)$$

式中, $\rho_{i0}'(t)$ 为观测站  $T_i$  到卫星  $S$  的近似距离; $\delta t_i(t)$ 为接收机钟相对理想 GPS 时的钟差; $[l_i'(t) \quad m_i'(t) \quad n_i'(t)]$ 为观测站  $T_i$  到卫星  $S$  方向余弦; $\delta t'(t)$ 为卫星相对理想 GPS 时的钟差; $[\delta X_i \quad \delta Y_i \quad \delta Z_i]^T$ 为观测站  $T_i$  的坐标改正数向量; $\Delta_{i,p}'(t)$ 为电离层折射对测相伪距的影响; $N_i'(t_0)$ 为  $t_0$  历元观测站  $T_i$  到卫星  $S$  的整周模糊度; $\Delta_{i,r}'(t)$ 为对流层折射对测相伪距的影响。

在接收机间求一次差,可以消除卫星钟误差的影响,大大削弱卫星星历误差,减小对流层和电离层折射的影响,尤其当基线较短时(例如 <20 km),效果更加明显。若取两观测站  $T_1$  和  $T_2$ ,并设作为参考站  $T_1$  坐标已知,可得线性化形式的单差方程为

$$\Delta\varphi'\lambda = - [l_2'(t) \quad m_2'(t) \quad n_2'(t)] \cdot \begin{bmatrix} \delta X_2 \\ \delta Y_2 \\ \delta Z_2 \end{bmatrix} - \Delta N^p\lambda + C \cdot \Delta t + [\rho_{20}'(t) - \rho_1'(t)] \quad (2)$$

收稿日期:2001-01-02

基金项目:航空基础科学基金资助(98E53047)

作者简介:陈树新(1965-),男,陕西西安人,讲师,博士生,主要从事通信、导航和测控系统理论研究;  
王永生(1944-),男,陕西西安人,教授,博士生导师,主要从事通信导航和测检系统理论研究。

式中,  $\Delta\varphi^k$  为  $T_1$  和  $T_2$  观测点对同一颗卫星同步观测之差;  $\Delta N^k$  为  $T_1$  和  $T_2$  观测点对同一颗卫星在  $t_0$  历元整周模糊度之差;  $\Delta t$  为两观测站接收机的相对钟差。

在接收机和卫星之间求二次差, 可以消除两观测站接收机的相对钟差。设  $S'$  为参考卫星, 对于卫星  $S^k$  可得线性化形式的双差方程为

$$\nabla \Delta\varphi^k(t)\lambda = - [\nabla l_2^k(t) \quad \nabla m_2^k(t) \quad \nabla n_2^k(t)] \cdot \begin{bmatrix} \delta X_2 \\ \delta Y_2 \\ \delta Z_2 \end{bmatrix} - \nabla \Delta N^k\lambda + \nabla \Delta\rho^k(t) \quad (3)$$

式中,  $\nabla \Delta\varphi^k(t) = \Delta\varphi^k - \Delta\varphi^{k'}$ ;  $[\rho_{20}^k(t) - \rho_{10}^k(t) - \rho_{20}^{k'}(t) + \rho_{10}^{k'}(t)]$ ;  
 $[\nabla l_2^k(t) \quad \nabla m_2^k(t) \quad \nabla n_2^k(t)] = [l_2^k(t) - l_2^{k'}(t) \quad m_2^k(t) - m_2^{k'}(t) \quad n_2^k(t) - n_2^{k'}(t)]$ 。

### 1.1 整周模糊度浮动解的估计

利用 GPS 得到的双差方程, 构造系统的观测方程, 结合状态方程采用 Kalman 滤波器进行估计:

$$\begin{cases} X_k = \Phi X_{k-1} + W_{k-1} \\ Z_k = H_k X_k + V_k \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $X^T = [\delta X_2 \quad \delta Y_2 \quad \delta Z_2 \quad \delta X_2 \quad \delta Y_2 \quad \delta Z_2 \quad \nabla \Delta N^1 \quad \nabla \Delta N^2 \quad \dots \quad \nabla \Delta N^n]$ ;

$Z^T = [\nabla \Delta\varphi^1(t)\lambda \quad \nabla \Delta\varphi^2(t)\lambda \quad \dots \quad \nabla \Delta\varphi^n(t)\lambda]$ ;

$$\Phi = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & \Delta T I_{3 \times 3} & 0_{3 \times n} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times n} \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} \nabla l_2^1 & \nabla m_2^1 & \nabla n_2^1 & 0_{1 \times 3} & -\lambda & 0 & \dots & 0 \\ \nabla l_2^2 & \nabla m_2^2 & \nabla n_2^2 & 0_{1 \times 3} & 0 & -\lambda & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \nabla l_2^n & \nabla m_2^n & \nabla n_2^n & 0_{1 \times 3} & 0 & 0 & 0 & -\lambda \end{bmatrix}。$$

$X_0$  和  $P_0$  可以根据对基线信息掌握的情况来确定。模糊度浮动解的估计精度在很大程度上依赖于误差对观测量的干扰, 对于双差 GPS 观测量, 在接收机时钟误差、大气和星历误差基本消除之后, 主要保留的误差为接收机噪声和多路径的影响, 在这种情况下进行估计是可以得到较高精度的浮动估计, 对浮动估计进行舍入, 即可以得到正确的模糊度值。但遗憾的是对不同卫星的同步观测所组成的双差观测量, 其间是相关的, 这种相关性表现为物理观测量间的相关, 而对于不同历元的观测量其间是相互独立的, 这种时间上的不相关特性是直接利用 Kalman 滤波的必要条件之一, 而观测量间的相关性将直接影响模糊度估计的精度, 特别对于短时观测, 所得到的精度远远不能满足要求。解决这种情况的途径有两条: 第一, 增大观测时间, 改变卫星和接收机的地理位置; 第二, 通过处理, 降低数据噪声, 允许在较短的时间内得到可靠的估计。

### 1.2 解算模糊度的整数解

得到模糊度浮动解  $\nabla \Delta N^k$  以后, 就可以进行解算模糊度的整周值, 在进行搜索之前首先确定模糊度整周解的置信区间。根据统计学原理及整周模糊度的统计特性可以得出结论。双差整周模糊度的置信区间为

$$(\nabla \Delta \hat{N}^k - m_k \cdot t(\alpha/2) \quad \nabla \Delta \hat{N}^k + m_k \cdot t(\alpha/2))$$

式中,  $t(\alpha/2)$  为  $t$  分布的双侧  $100\alpha$  百分位, 当置信水平为 99.9%, 取  $\alpha = 0.001$  这时  $t = 3.55$ ;  $m_k$  表示双差整周模糊度实数解的误差, 可以表示为  $m_k = m_0 \cdot \sqrt{q_{NKK}}$ ;  $m_0$  与观测误差和可观测卫星数目有关, 称为单位权方差;  $q_{NKK}$  对应于 Kalman 滤波器整周模糊度估计的均方误差。

在置信水平确定以后, 整周模糊度置信区间的大小, 完全取决于  $m_k$ , 可以设想当它减小的某一门限时, 这时就可以仅利用模糊度浮动解再取整得到模糊度的整数解, 实现利用估算法得到整周模糊度; 否则利用搜索法搜索整周模糊度。

通过白化处理 Kalman 观测数据, 可以基本消除或减弱双差观测量的相关性, 提高估计的精度, 使  $q_{NKK}$  变小, 对于单频接收机, 当基线距离超过 20 km 后, 因环境等因素的影响, 其估计法结果将变得不可靠, 只能采用搜索法。因此确定采用白化搜索法和白化滤波法的门限可由以下因素确定: 基线长度、覆盖卫星个数、定位精度因子。

## 2 白化处理的过程

## 2.1 白化处理的基本原理

白化处理过程实际就是对观测模型进行影射的过程,对于不同卫星同步观测量所组成的双差,其间是相关的。减小观测量间的相关性,对于短时观测可以提高模糊度估计的精度。观测量双差的协方差  $R$  可表示为  $R = \sigma_0^2 D_i E_i D_i^T$ , 其中  $\sigma_0$  为相位观测量的方差,  $D_i$  为双差算子,  $E$  是站间距离的函数。

对于正定的双差观测量协方差矩阵  $R$  可分解为  $R = U \cdot D \cdot U^T$ , 其中  $U$  是上三角阵, 坐标影射阵;  $D$  为对角阵。相应得到转换后的观测方程为  $U^{-1} \cdot Z = U^{-1} \cdot H \cdot X + U^{-1} \cdot V$  或者表示为  $\bar{Z} = \bar{H} \cdot X + \bar{V}$  由于这种转换是非正交的, 其结果使双差观测量不相关, 得到的观测量协方差矩阵为

$$R_{\bar{V}} = E(\bar{V} \cdot \bar{V}^T) = E(U^{-1} V V^T U^{-T}) = U^{-1} E(V V^T) U^{-T} = U^{-1} R U^{-T} = D \quad (5)$$

双差观测量, 基本消除了接收机时钟误差、大气和星历误差, 理论分析可知双差整周模糊度具有整数特性, 这就要求模糊度转换不应该改变其特性, 因此, 模糊度转换矩阵中仅包含整数元素, 同时还应确保原始空间和白化空间的相互转换。

## 2.2 整数类型的白化处理

模糊度转换矩阵中仅包含整数元素的约束, 是保证白化处理过程正确实施的条件之一, 因此, 在此约束条件下得到白化处理后的  $R$  只能接近于对角阵, 即使这样白化后观测精度也有很大的提高, 具体整数分解步骤如下: 1) 上三角分解  $R$  得到实数值的上三角阵  $U_1$ ; 2) 对  $U_1$  中各元素取整后求逆得  $\bar{U}_1^{-1}$ ; 3) 白化  $R$  得  $\bar{R} = \bar{U}_1^{-1} \cdot R \cdot \bar{U}_1^{-T}$ ; 4) 下三角分解上述白化后的  $\bar{R}$  得到实数值的下三角阵  $L_1$ ; 5) 对  $L_1$  中各元素取整后求逆得  $\bar{L}_1^{-1}$ ; 6) 再次白化  $R$  得  $\bar{R} = \bar{L}_1^{-1} \cdot R \cdot \bar{L}_1^{-T}$ ; 7) 重复上述过程直到检测出  $\bar{L}_1^{-T}$  不发生变化。

通过上述 7 步处理, 白化综合矩阵可表示为  $T^{-1} = \prod_k \bar{L}_k^{-1} \bar{U}_k^{-1}$ , 白化后协方差  $R$  可表示为  $R_w = T^{-1} \cdot R \cdot T^{-T}$ 。在整数约束条件下, 可以通过  $R_w$  的迹与实数分解所的对角  $D$  迹之比, 即  $\text{Tr}(R_w) / \text{Tr}(D)$  来衡量白化处理是否成功, 不相关数越接近“1”表示越成功。

## 3 仿真实验和结论

仿真实验中利用 ASHTECH Z - XII3 型接收机, 在 2000 年 6 月 10 日 07:48:30 接收到的 7 颗 (24、10、26、23、17、8、6) 的星历, 进行卫星轨道的估算, 参考站准确坐标参量为 ( $X = -1\ 718\ 592.391\ 0\ \text{m}$ ,  $Y = 4\ 995\ 226.496\ 5\ \text{m}$ ,  $Z = 3563\ 105.981\ 5\ \text{m}$ ), 设移动站的位置距参考站 10 km, 并以 10 m/s 的速度沿  $X$  方向运动。相位观测噪声设为零均值的高斯白噪声, 方差为  $100\ \text{mm}^2$ 。从得到的 Kalman 滤波器模糊度估计均方差曲线图 1 和图 2, 可以看到白化处理后曲线收敛情况要明显好于不采用白化处理的情况。对于飞机的精密近着陆和空间交会对接等情况所要求的高精度动态定位, 采用白化处理和 Kalman 滤波技术有可能在实际应用中达到要求。另外, 在航空高动态情况下, 实现高精度动态定位需要进一步优化模糊度估算算法, 采用性能更加优越的接收机。

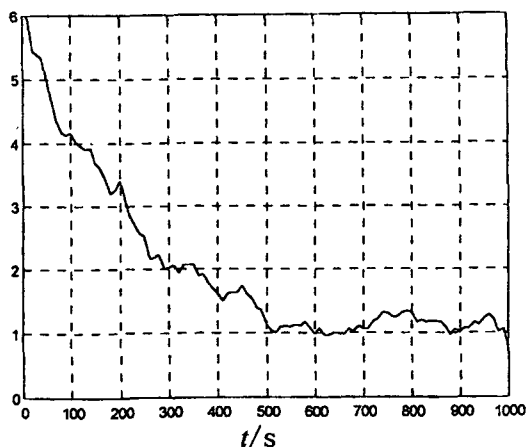


图1 直接使用 kalman 滤波得到的模糊度估计均方差曲线

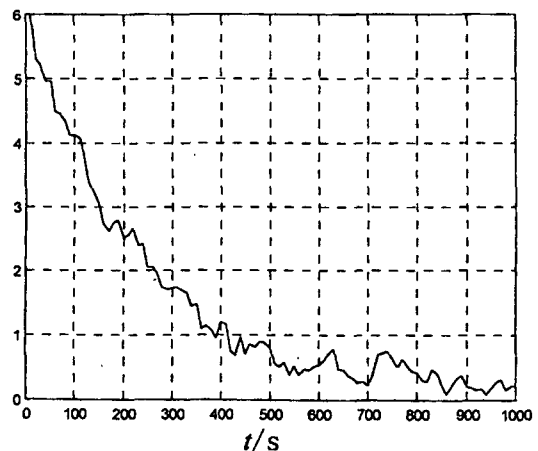


图2 白化处理以后再使用 kalman 滤波得到的模糊度估计均方差曲线

## 参考文献:

- [1] Henderson P E, Raquet J F. Development and Testing of a Multiple Filter Approach for Precise DGPS Positioning and Carrier Phase Ambiguity Resolution [A]. Proc ION Navigation Technical Meeting 2000 Navigating into the New Millennium [C]. Anaheim, CA · The Institute of Navigation, 2000 · 806 – 815.
- [2] Duncan B Cox, John D W Brading. Integration of LAMBDA A Mbiguity Resolution with Kalman Filter for Relative Navigation of Spacecraft [A]. ION 55 Annual Meeting. Navigational Technology for the 21st Century [C]. CAMBRIDGE, MA · The Institute of Navigation, 1999 · 739 – 745.
- [3] Mohaned A H, Schwarz K P. A Simple and Economical Algorithm for GPS Ambiguity Resolution on the Fly Using a Whitening Filter [J]. NAVIGATION Journal of the Institute of Navigation, 1998, 45 (3) : 221 – 231.
- [4] Sun H, Cannon M E, Melgard T E. Real – Time GPS Reference Natwork Carrier Phase Ambiguity Resolution [A] Proc ION Navigation Technical Meeting Vision 2010 Present and Future [C]. San Diego, CA · The Institute of Navigation, 1999. 193 – 201.
- [5] 魏子卿, 葛茂荣. GPS 相对定位的数学模型 [M]. 北京: 测绘出版社, 1998.

## A Study of the Fast GPS Integer Ambiguity Resolution through Whitening Process

CHEN Shu – xin<sup>1 2</sup> WANG Yong – sheng<sup>2</sup>, LU Xu – ming<sup>2</sup>

(1. The Telecommunications Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China;  
2. Dept. of Electronic Engineering, Northwestern Polytechnic University, Xi'an 710068, China)

**Abstract** · In this paper, a way of improving the fast GPS ambiguity resolution is presented. This algorithm improves the precision of ambiguity's Kalman filter estimations through whitening process to remove or reduce the correlation of double – difference GPS carrier phase observations for short periods. The simulating results show that smaller deviation can be obtained by decorrelation for short baselines over short observation periods.

**Key words** · carrier phase measurement; integer ambiguity; Kalman filter; whitening process.

### 撰写摘要的注意事项

摘要中应排除本学科领域已成为常识的内容;切忌把应在引言中出现的内容写入摘要;一般也不要对论文内容作诠释和评论(尤其是自我评价)。

不得简单重复题名中已有的信息。比如一篇文章的题名是《几种中国兰种子试管培养根状茎发生的研究》,摘要的开头就不要再写“为了……,对几种中国兰种子试管培养根状茎的发生进行了研究”。

结构严谨,表达简明,语义确切。摘要先写什么,后写什么,要按逻辑顺序来安排。句子之间要上下连贯,互相呼应。摘要慎用长句,句型应力求简单。每句话要表意明白,无空泛、笼统、含混之词,但摘要毕竟是一篇完整的短文,电报式的写法亦不足取。摘要不分段。

用第三人称。建议采用“对……进行了研究”、“报告了……现状”、“进行了……调查”等记述方法标明一次文献的性质和文献主题,不必使用“本文”、“作者”等作为主语。

要使用规范化的名词术语,不用非公知公用的符号和术语。新术语或尚无合适汉文术语的,可用原文或译出后加括号注明原文。

除了实在无法变通以外,一般不用数学公式和化学结构式,不出现插图、表格。

不用引文,除非该文献证实或否定了他人已出版的著作。

缩略语、略称、代号,除了相邻专业的读者也能清楚理解的以外,在首次出现时必须加以说明。

(摘自陈浩元主编《科技书刊标准化 18 讲》)