第1卷第3期 空军工程大学学报(自然科学版) Vol.1 No.3
2000年8月 JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE EDITION) Aug. 2000

估算金属切口强度的一种混合模型

张忠平[1]， 孙中禹[2]， 解武杰[2]
(1.空军工程大学 工程学院，陕西 西安 710038；2.空军工程大学 电讯工程学院，陕西 西安 710077；
3.空军工程大学 训练部，陕西 西安 710068)

摘 要：以 Neuber 准则及 Moski－Glinka 的等效能量密度法为基础，假设在没有亚临界裂纹扩展的条件下，切口强度等于切口根部裂纹起裂时的名义应力，得到了一种估算韧性金属平面应力条件下切口强度的混合模型。该模型较真实地反映了材料的硬化指数对金属断裂过程的影响，因而与其它模型相比，其结果最好。

关键词：切口强度；混合模型；平面应力；Neuber 准则；等效能量密度法
中图分类号：O346.1 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-3516(2000)03-0016-03

在工程断裂力学领域，准确估算构件的切口强度，对于工程构件的合理设计，预防断裂事故的发生至关重要。50年代末60年代初，人们对钢、铝合金、钛合金的切口强度进行了大量的实验研究。但是，估算金属切口强度的理论模型，直至1989年才被提出[1]，该模型采用 Neuber 准则[2]获得了估算切口强度的解析表达式。然而，或许正是由于 Neuber 准则的缘故，由该模型所得结果总是低于相应的实验结果。为了克服这一缺点，本文作者与他人一起曾提出了能量法估算切口强度的模型，但由于该模型采用了 Moski－Glinka 的等效能量密度法[3]，该模型在大多数情况下高估了切口强度。

1 对已有模型的评述

在文献[1]中，Neuber 准则作为一个基本准则，Hollomon 方程作为一个基本方程，并假设在没有亚临界裂纹扩展的条件下，切口强度等于切口根部裂纹起裂时的名义应力。从这三点出发，Zheng Xiulin 导出了韧性金属平面应力条件下的切口强度 σ_N 为

$$\sigma_N = \sqrt{E\sigma_f\varepsilon_f}\Big/K_t \tag{1}$$

式中：σ_f、ε_f 分别为金属的断裂强度与断裂韧性，E 为 Young's 模量，K_t 为理论应力集中系数。

计算结果表明，由式(1)所确定的切口强度总是小于相应的实验值。文献[3]曾对 Neuber 准则的精度进行了研究，发现 Neuber 准则高估了局部应变。因此有理由认为，式(1)低估切口强度是由 Neuber 准则导致的。基于这样考虑，曾提出确定切口强度的能量模型，该模型应用 Moski－Glinka 的等效能量密度法，即：切口根部的局部应变能密度 W 与名义应变能密度 W_n 之比等于理论应力集中系数的平方。

$$K_t^2 = W/W_n \tag{2}$$

其中

$$W_n = S^2/2E \tag{3}$$

S 为名义应力。

为了将式(2)以切口根部的应力—应变表示，应用 Hollomon 方程

$$\sigma = K\varepsilon^n \tag{4}$$

及应变能密度的定义可得

$$W = \int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon = \frac{K\varepsilon^{1+n}}{1+n} = \frac{\sigma\varepsilon}{1+n} \tag{5}$$

收稿日期：1999-12-17
作者简介：张忠平(1962-)，男，陕西澄城人，副教授，硕士，主要从事断裂力学研究.

同文献[1]一样，假设在没有亚临界裂纹扩展的条件下，切口强度等于切口根部裂纹起裂时的名义应力，则由式(2)、(3)、(5)，并考虑到裂纹起裂时 $\sigma=\sigma_f, \varepsilon=\varepsilon_f, S=\sigma_N$ 可得

$$\sigma_N=\sqrt{\frac{2}{1+n}}\sqrt{\frac{E\sigma_f\varepsilon_f}{K_t}} \tag{6}$$

式(6)适用于韧性材料的平面应力情况。

虽然由式(6)估算的切口强度的精度高于式(1)所得结果的精度，但是，式(6)在大多数情况下高估了切口强度。因此，对式(6)所表达的切口强度，同式(1)一样，也需加以修正。

2 估算切口强度的混合模型

一般说来，有两个表达式反映切口根部的应力—应变与名义应力—应变的关系，一是 Neuber 准则，另一是 Moski－Glinka 的等效能量密度法。

Neuber 准则的表达式可写为

$$K_t^2=\frac{\sigma\varepsilon}{Se} \tag{7}$$

式中 σ、ε 分别为切口根部的最大主应力与最大主应变，S、e 分别为名义应力与名义应变。

如前所述，以 Neuber 准则为基础的模型总是低估切口强度，而以 Moski－Glinka 的等效能量密度法为基础的模型大多数情况下高估切口强度，因此，不难理解，若将 Neuber 准则及 Moski－Glinka 的等效能量密度法作几何平均，由此建立的混合模型将会好些。为了确证这一点，首先根据方程(2)、(7)可得

$$K_t^4=\sigma\varepsilon W/SeW_n$$

将式(3)、(4)、(5)代入上式，并考虑到 Hooke 定律[4]，$e=S/E$，可得

$$\varepsilon=\sqrt{\frac{1+n}{2}\frac{K_t^2S^2}{E\sigma}} \tag{8}$$

正如文献[1]所指出的那样，韧性金属服从通常的应变准则，即：平面应力条件下，当切口根部的局部应变 ε 达到金属的断裂韧性 ε_f 时，在切口根部将产生裂纹。此时，显然有 $\sigma=\sigma_f$。另外，如果我们同文献[1]一样，假设在没有亚临界裂纹扩展的条件下，切口强度等于切口根部裂纹起裂时的名义应力，则由式(8)可知，韧性金属在平面应力条件下的切口强度为

$$\sigma_N=\frac{1}{K_t}\sqrt[4]{\frac{2}{1+n}(E\sigma_f\varepsilon_f)^2} \tag{9}$$

比较式(9)与式(1)，可见式(9)中多了一个因子$\sqrt[4]{2/(1+n)}$，该因子反映了硬化指数 n 对金属断裂性能的影响，因子的出现是由于应用Moski－Glinka 等效能量密度法的缘故。考虑到因子$\sqrt[4]{2/(1+n)}$，因此可以预料，由式(9)所确定的切口强度值大于由式(1)所确定的值。

另外，若将式(9)与式(6)相比较，可见式(9)中的因子$\sqrt[4]{2/(1+n)}$取代了式(6)中的因子$\sqrt{2/(1+n)}$，显然，这是由于应用Neuber 准则的缘故。考虑到$\sqrt[4]{2/(1+n)}<\sqrt[2]{2/(1+n)}$，因此可以预料，由式(9)所估算的切口强度值小于由式(6)估算的切口强度值。

为了进一步检验式(9)所估算的切口强度的正确性及精确性，并与(1)、(6)两式所得结果进行比较，以钛合金及铝合金为例，利用文献[3]所给的拉伸特性，分别由式(1)、(6)、(9)计算不同条件下两种合金的切口强度，其结果见表1。

计算时，$K_t=11.1$，$\sigma_f=\sigma_b(1-RA)$，$\varepsilon_f=-\ln(1-RA)$，$\delta_{NN}=|\sigma_{NE}-\sigma_{NN}|/\sigma_{NE}\times100\%$，$\delta_{NM}=|\sigma_{NE}-\sigma_{NM}|/\sigma_{NE}\times100\%$，$\delta_{NP}=|\sigma_{NE}-\sigma_{NP}|/\sigma_{NE}\times100\%$。这里的 RA 是面积收缩率，σ_{NE}是实验结果，σ_{NN}、σ_{NM}、σ_{NP}分别是由式(1)、(6)、(9)估算的切口强度。至于式(6)、(9)中的硬化指数 n，若取文献[1]中的 $\sigma_{0.1}=\sigma_s$，则可确定得 $n\approx0.1$，此处的 σ_s 为材料的屈服强度。

表中所列结果表明，由本文的混合模型估算的切口强度 σ_{NP}，大于以 Neuber 准则为基础的模型所估算的切口强度，小于以 Moski－Glinka 的等效能量密度法为基础的模型所估算的切口强度。与实验结果相比，混合模型所估算的切口强度，其值最接近实验值，其精度也最高。

表1 钛合金及铝合金的拉伸特性及切口强度

名　称	t/℉	σ_b/Ksi	E/Ksi	ε_f	σ_{NE}/Ksi	σ_{NN}	δ_{NN}	σ_{NM}/Ksi	δ_{NM}	σ_{NP}/Ksi	δ_{NP}
Ti−7Al−4Mo	R.T.	160	18 200	0.478	143	127	11.2	171	19.6	147	2.8
	−105	188	18 300	0.371	151	119	21.2	160	6.0	138	8.6
	−240	208	18 340	0.386	148	128	13.5	173	16.9	149	0.7
Ti−6Al−4V	R.T.	143	16 400	0.734	152	145	4.6	196	28.9	168	10.5
	−105	171	17 400	0.562	165	139	15.8	187	13.3	161	2.4
	−240	198	18 170	0.589	177	159	10.2	214	20.9	185	4.5
7075−T6	75	82	10 600	0.428	71	64	9.9	86	21.1	74	4.2
	−105	86	11 310	0.301	61	55	9.8	74	21.3	64	4.9
	−240	92	11 860	0.274	66	55	16.7	74	12.1	64	3.0

3 结论

建立在Neuber准则及Moski−Glinka等效能量密度法基础之上的混合模型，能够用于确定金属切口强度，该模型中所包含的因子$\sqrt[4]{2/(1+n)}$，较真实地反映了材料的硬化指数对金属断裂过程的影响。与其它模型相比，该模型所得结果最接近于实验值，因而该模型最好。

参 考 文 献

[1] Zheng Xiulin. On an unified model for predicting notch strength and fracture toughness of metals[J]. Eng Fract Mech, 1989, 33(5):685-695.

[2] Neuber H. Theory of stress concentration for shear-strained prismatical bodies with arbitrary nonliear stress-strain law[J]. Appl Mech, 1961, 28:544-551.

[3] Moski K, Glinka G. A method of elastic-plastic stress strain calculation at a nothch root[J]. Mater Sci Eng, 1981, 50:93-100.

[4] 钱伟长，叶开元. 弹性力学[M]. 北京：科学出版社，1980.

A Mixed Mode for Estimating Notch Strength of Metals

ZHANG Zhong-ping[1], SUN Zhong-yu[2], XIE Wu-jie[3]

(1. The Engineering Institute, AFEU., Xi'an 710038, China; 2. The Telecommunication Engineering Institute; AFEU., Xi'an 710077, China; 3. The Equipment Section, AFEU., Xi'an 710068, China)

Abstract: Based on the Neuber's rule and the Moski-Glinka's equivalent energy density method, a mixed mode for estimating notch strength of metals is obtained under plane stress condition and on the assumption that there is no subcritical crack extension, and motch strength is equal to the nominal stress when the crack in the root of notch appears. The mode truely reflects the effects of work-hardening exponent of material on the fracturing process of metals. So, Compared with other modes the results gotten by the present mode are best.

Key words: metal notch; notch strength; mixed mode; plane stress; Neuber's rule; equivalent energy density