

基于改进 Jerk 模型的高超声速滑翔目标跟踪

冯 耀^{1,2}, 王 红¹, 曲智国¹, 李 凡², 董宇辉¹

(1. 空军预警学院防空预警装备系, 武汉, 430019; 2. 95980 部队, 湖北襄阳, 441000)

摘要 临近空间高超声速滑翔目标具有高速、高机动的运动特性, 为了提高其跟踪精度, 对现有的 Jerk 跟踪模型提出改进。首先将一阶 AR 模型的思想运用到模型参数的实时估计中, 在目标状态方程和量测方程中引入了相关参数, 然后构建了基于改进 Jerk 模型的参数自适应 Kalman 滤波算法, 在目标状态估计的同时能够对模型参数进行自适应调整。最后基于 HGT 仿真轨迹对所提模型与传统的 Jerk 模型进行比较, 仿真结果证明了改进 Jerk 模型对 HGT 跟踪的有效和优势。

关键词 高超声速滑翔目标; 跟踪; Jerk 模型; AR 模型

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2020.01.013

中图分类号 TN953 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2020)01-0080-07

Hypersonic Gliding Target Tracking Based on Improved Jerk Model

FENG Yao^{1,2}, WANG Hong¹, QU Zhiguo¹, LI Fan², DONG Yuhui¹

(1. Air Defense Early Warning Equipment Department, Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China; 2. Unit 95980, Xiangyang 441000, Hubei, China)

Abstract The near-space hypersonic gliding target (HGT) is characteristics of high-speed, high-mobility motion. In order to improve its tracking accuracy, an improvement on the existing Jerk tracking model is made. In this paper, the idea of first-order AR model is applied to the real-time estimation of model parameters. The relevant parameters are introduced in the target state equation and measurement equation. And then the parameter adaptive Kalman filter algorithm is constructed based on the improved Jerk model to make the target state, and the model parameters adaptively adjusted at the same time. Finally, based on the HGT simulation trajectory, the proposed model is compared with the traditional Jerk model, and the effectiveness and advantages of improving the Jerk model for HGT tracking are proved.

Key words hypersonic gliding target; tracking; Jerk model; AR model

构建合理的跟踪模型是机动目标跟踪的关键, 对于高机动的高超声速滑翔目标(Hypersonic Gliding Target, HGT)跟踪问题更是如此。HGT 采用 Sanger 弹道, 除了纵向上的跳跃机动外, 还能够实现横向摆动式机动^[1-3], 且在弹道不同阶段表现为不同的机动特性, 在控制律未知的情况下难以进行预

测, 相比于弹道导弹目标及常规飞行目标而言, HGT 较强的突防能力对现有的机动目标跟踪模型提出了更高的要求^[4-6]。

Jerk 模型是目前公开文献中阶数最高的运动学模型^[7-10], 它在 Singer 模型的基础上增加了一维加速度估计, 将目标机动加速度描述为一阶时

收稿日期: 2019-09-26

作者简介: 冯 耀(1995—), 男, 山西汾阳人, 硕士生, 主要从事临近空间高超声速目标跟踪问题研究。E-mail: 839206263@qq.com

引用格式: 冯耀, 王红, 曲智国, 等. 基于改进 Jerk 模型的高超声速滑翔目标跟踪[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2020, 21(1): 80-86. FENG Yao, WANG Hong, QU Zhiguo, et al. Hypersonic Gliding Target Tracking Based on Improved Jerk Model[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2020, 21(1): 80-86.

间相关过程,在对高速高机动目标的跟踪时经常采用该模型。文献[11~12]针对强机动目标,借鉴“当前”统计(Current Statistical,CS)模型的思想,建立了一种基于“当前”统计的 CS Jerk 模型,使得对目标加加速度的估计更加符合强机动目标的实际。但是在实际运用中发现, Jerk 模型的模型参数由人为设定,一般取前人研究的经验值^[13],所以 HGT 机动特性发生变化时,模型参数不能随之进行自适应调整,导致其不能有效匹配 HGT 的机动特性,进而影响跟踪效果。针对这一问题,本文借鉴一阶 AR 模型^[14]的思想,将其运用到 Jerk 模型参数的实时估计中,使得目标状态估计的同时能够对模型参数进行自适应调整。

1 Jerk 模型及观测模型的构建

1.1 Jerk 模型

设 HGT 的加加速度为 $j(t)$,通常也被称为“急动”,根据 Jerk 模型的假设^[15],将 $j(t)$ 建模为指数自相关零均值随机噪声过程,其时间相关函数为:

$$R(\tau) = E[j(t)j(t+\tau)] = \sigma_j^2 e^{-\alpha|\tau|} \quad (1)$$

式中: σ_j^2 、 α 为待定参数,在区间 $[t, t+\tau]$ 内描述 HGT 的加加速度特性; σ_j^2 为 HGT 的加加速度方差; α 为加加速度频率($\alpha > 0$),是加加速度时间常数的倒数,其真实值必须通过实时测量才能得知。

Jerk 模型将 $j(t)$ 建模为有色噪声过程,但是应用 Kalman 滤波时,要求它是一个不相关的白噪声过程,所以这里运用 Wiener Kolmogoron 有色噪声白化处理方法^[16]将 $j(t)$ “白化”。首先对 $j(t)$ 的时间相关函数 $R(\tau)$ 进行拉普拉斯变换:

$$R(s) = L[\sigma_j^2 e^{-\alpha|\tau|}] = \int_0^{+\infty} \sigma_j^2 e^{-\alpha\tau} e^{-s\tau} d\tau + \int_{-\infty}^0 \sigma_j^2 e^{\alpha\tau} e^{-s\tau} d\tau = 2\alpha\sigma_j^2 \frac{1}{s+\alpha} \frac{1}{-s+\alpha} = W(s)H(s)H(-s) \quad (2)$$

式中: $H(s)$ 为白化滤波器的传递函数; $W(s)$ 为输入噪声的拉普拉斯变换,分别表示为:

$$\begin{cases} H(s) = \frac{1}{s+\alpha} \\ W(s) = 2\alpha\sigma_j^2 \end{cases} \quad (3)$$

$j(t)$ 白化后可以用一阶时间相关模型表示为:

$$\dot{j}(t) = -\alpha j(t) + \omega(t) \quad (4)$$

式中: $\omega(t)$ 是方差为 $2\alpha\sigma_j^2$ 的零均值高斯白噪声。

取系统的状态向量为 $\mathbf{x}(t) = [x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t), \dddot{x}(t)]^T$,其中, $\dddot{x}(t) = j(t)$,式(4)表示为连续模型状态方程为:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \\ \dddot{x}(t) \\ \ddot{\ddot{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \\ \ddot{\ddot{x}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega(t) \quad (5)$$

式中:连续模型的系统矩阵为:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix} \quad (6)$$

由于机动目标跟踪时一般使用离散的滤波器,所以对式(5)进行离散化处理,离散化后的状态方程表示为:

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{F}(k)\mathbf{X}(k) + \mathbf{W}(k) \quad (7)$$

设系统的采样周期为 T_0 ,则离散化后的 Jerk 模型的系统矩阵 \mathbf{F} 为:

$$\mathbf{F} = e^{\mathbf{A}T_0} = \begin{bmatrix} 1 & T_0 & \frac{T_0^2}{2} & p_1 \\ 0 & 1 & T_0 & q_1 \\ 0 & 0 & 1 & r_1 \\ 0 & 0 & 0 & s_1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中:

$$\begin{cases} p_1 = (2 - 2\alpha T_0 + \alpha^2 T_0^2 - 2e^{-\alpha T_0}) / 2\alpha^3 \\ q_1 = (e^{-\alpha T_0} - 1 + \alpha T_0) / \alpha^2 \\ r_1 = (1 - e^{-\alpha T_0}) / \alpha \\ s_1 = e^{-\alpha T_0} \end{cases}$$

连续模型状态方程离散化后的过程噪声协方差为:

$$\mathbf{Q} = E[\mathbf{W}(k)\mathbf{W}^T(k)] = 2\alpha\sigma_j^2 \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} \\ q_{12} & q_{22} & q_{23} & q_{24} \\ q_{13} & q_{23} & q_{33} & q_{34} \\ q_{14} & q_{24} & q_{34} & q_{44} \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中:

$$\begin{aligned} q_{11} &= \frac{1}{2\alpha^7} \left(\frac{\alpha^5 T_0^5}{10} - \frac{\alpha^4 T_0^4}{2} + \frac{4\alpha^3 T_0^3}{3} - 2\alpha^2 T_0^2 + 2\alpha T_0 - 3 + 4e^{-\alpha T_0} + 2\alpha^2 T_0^2 e^{-\alpha T_0} - e^{-2\alpha T_0} \right) \\ q_{12} &= \frac{1}{2\alpha^6} \left(1 - 2\alpha T_0 + 2\alpha^2 T_0^2 - \alpha^3 T_0^3 + \frac{\alpha^4 T_0^4}{4} + e^{-2\alpha T_0} + 2\alpha T_0 - 2e^{-\alpha T_0} - \alpha^2 T_0^2 e^{-2\alpha T_0} \right) \\ q_{13} &= \frac{1}{2\alpha^5} \left(2\alpha T_0 - \alpha^2 T_0^2 - \frac{\alpha^3 T_0^3}{3} - 3 - 2e^{-2\alpha T_0} + 4e^{-\alpha T_0} + \alpha^2 T_0^2 e^{-\alpha T_0} \right) \\ q_{14} &= \frac{1}{2\alpha^4} \left(1 + e^{-2\alpha T_0} - 2e^{-\alpha T_0} - \alpha^2 T_0^2 e^{-\alpha T_0} \right) \\ q_{22} &= \frac{1}{2\alpha^5} \left(1 - e^{-2\alpha T_0} + \frac{2\alpha^3 T_0^3}{3} + 2\alpha T_0 - 2\alpha^2 T_0^2 - 4\alpha T_0 e^{-\alpha T_0} \right) \end{aligned}$$

$$q_{23} = \frac{1}{2\alpha^4} (1 + \alpha^2 T_0^2 - 2\alpha T_0 + 2\alpha T_0 e^{-\alpha T_0} + e^{-\alpha T_0} - 2e^{-2\alpha T_0})$$

$$q_{24} = \frac{1}{2\alpha^3} (1 - e^{-\alpha T_0} - 2\alpha T_0 e^{-2\alpha T_0})$$

$$q_{33} = \frac{1}{2\alpha^3} (4e^{-\alpha T_0} - e^{-2\alpha T_0} + 2\alpha T_0 - 3)$$

$$q_{34} = \frac{1}{2\alpha^2} (1 - 2e^{-\alpha T_0} + e^{-2\alpha T_0})$$

$$q_{44} = \frac{1}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha T_0})$$

1.2 雷达观测模型的建立

单部雷达的观测可建立在雷达站当地铅垂坐标系 S_R 中。目标位置信息由测量到的径向距离 r 、方位角 α 和俯仰角 β 3 个参数进行描述,对应的测量误差的方差分别为 σ_r^2 、 σ_α^2 和 σ_β^2 。这 3 个参数与雷达直角坐标系之间的关系见图 1。

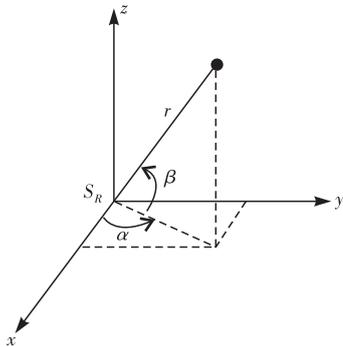


图 1 雷达直角坐标与观测参数的关系

k 时刻直角坐标系下的量测值 $z(k)$ 表示为:

$$z(k) = \begin{bmatrix} z_1(k) \\ z_2(k) \\ z_3(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_R(k) \\ y_R(k) \\ z_R(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cos \beta \cos \alpha \\ r \cos \beta \sin \alpha \\ r \sin \beta \end{bmatrix} \quad (10)$$

k 时刻直角坐标系下的量测噪声协方差 $\mathbf{R}(k)$ 表示为:

$$\mathbf{R}(k) = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{12} & r_{22} & r_{23} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} \end{bmatrix} = \mathbf{D} \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\beta^2 \end{bmatrix} \mathbf{D}^T \quad (11)$$

式中:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & -r \sin \alpha \cos \beta & -r \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \beta & r \cos \alpha \cos \beta & -r \sin \alpha \sin \beta \\ \sin \beta & 0 & r \cos \beta \end{bmatrix}.$$

2 改进的 Jerk 模型

在后续的 Kalman 滤波过程中,滤波性能受模型的过程噪声协方差矩阵的影响,矩阵中包含有加加速度频率 α 、加加速度方差 σ_j^2 和采样周期 T_0 ,其中 T_0 取决于传感器的性能, α 和 σ_j^2 取决于目标的

机动特性,实际运用中,后 2 个参数根据人为经验预先设定,难免会引入人为估计误差。针对这个现实问题,通过将一阶 AR (Auto-Regression) 模型的思想运用到对 α 和 σ_j^2 的实时估计中,实现了对传统 Jerk 模型的改进。

假设目标状态方程可以解耦为 3 个独立的通道,跟踪滤波器可以在每个通道上独立工作,设其中一维的量测方程为:

$$\mathbf{Y}(k) = \mathbf{C}(k)\mathbf{X}(k) + \mathbf{V}(k) \quad (12)$$

式中: $\mathbf{C}(k)$ 为量测矩阵; $\mathbf{V}(k)$ 为量测噪声; $\mathbf{V}(k)$ 为方差为 \mathbf{R} 的零均值白噪声,仅考虑量测值为目标的距离分量,即 $\mathbf{C}(k) = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$,则目标距离的量测值为 $y(k) = x(k) + v(k)$ 。这里定义一个虚拟量测值 $\bar{u}(k)$,可利用 $z(k)$ 式(13)得:

$$\begin{aligned} \bar{u}(k) = \{ & y[z(k) - y(k-1)] - [y(k-1) - \\ & y(k-2)] \} - \{ [y(k-2) - y(k-3)] - [y(k-3) - \\ & y(k-4)] \} = [x(k) - x(k-1)] - [x(k-1) - \\ & x(k-2)] - [x(k-2) - x(k-3)] + [x(k-3) - \\ & x(k-4)] + [v(k) - 2v(k-1) + 2v(k-3) - v(k- \\ & 4)] \end{aligned} \quad (13)$$

根据牛顿定律得^[17]:

$$x(k+1) = x(k) + T_0 \dot{x}(k) + \frac{T_0^2}{2} \ddot{x}(k) + \frac{T_0^3}{4} \dddot{x}(k) \quad (14)$$

$$\dot{x}(k+1) = \dot{x}(k) + T_0 \ddot{x}(k) + \frac{T_0^2}{2} \dddot{x}(k+1) \quad (15)$$

$$\ddot{x}(k+1) = \ddot{x}(k) + T_0 \dddot{x}(k+1) \quad (16)$$

令:

$$\xi(k) = v(k) - 2v(k-1) + 2v(k-3) - v(k-4) \quad (17)$$

并将式(14)~(17)代入式(13),得:

$$\begin{aligned} \bar{u}(k) = & \left[T_0 \dot{x}(k-1) + \frac{T_0^2}{2} \ddot{x}(k-1) + \frac{T_0^3}{4} \dddot{x}(k-1) \right] - \\ & \left[T_0 \dot{x}(k-2) + \frac{T_0^2}{2} \ddot{x}(k-2) + \frac{T_0^3}{4} \dddot{x}(k-2) \right] - \\ & \left[T_0 \dot{x}(k-3) + \frac{T_0^2}{2} \ddot{x}(k-3) + \frac{T_0^3}{4} \dddot{x}(k-3) \right] + \\ & \left[T_0 \dot{x}(k-4) + \frac{T_0^2}{2} \ddot{x}(k-4) + \frac{T_0^3}{4} \dddot{x}(k-4) \right] + \\ & \xi(k) = T_0^2 \ddot{x}(k-2) + \frac{5T_0^3}{4} \dddot{x}(k-1) - \\ & \frac{T_0^3}{4} \dddot{x}(k-2) - T_0^2 \ddot{x}(k-4) - \frac{5T_0^3}{4} \dddot{x}(k-3) + \\ & \frac{T_0^3}{4} \dddot{x}(k-4) + \xi(k) = \frac{T_0^3}{4} [5j(k-1) + \\ & 3j(k-2) - j(k-3) + j(k-4)] + \xi(k) \end{aligned} \quad (18)$$

由式(18)可知,虚拟量测值 $\bar{u}(k)$ 除了含有目标的急动分量外,还含有量测噪声,为了能够精确估计一阶 AR 模型中的参数 α 和 σ_j^2 ,需要消除量测噪声

的影响。令 $\lambda = e^{-jT_0}$, $m(k) = 5j(k-1) + 3j(k-2) - j(k-3) + j(k-4)$, 则 $\bar{u}(k)$ 可表示为:

$$\bar{u}(k) = \frac{T_0^3}{4}m(k) + \xi(k) \quad (19)$$

根据式(7)得:

$$\begin{aligned} m(k) &= 5j(k-1) + 3j(k-2) - j(k-3) + \\ &j(k-4) = 5[\lambda j(k-2) + \omega(k-2)] + 3[\lambda j(k-3) + \\ &\omega(k-3)] - [\lambda j(k-4) + \omega(k-4)] + [\lambda j(k-5) + \\ &\omega(k-5)] = \lambda m(k-1) + \varepsilon(k-1) \end{aligned} \quad (20)$$

式中:

$$\varepsilon(k-1) = 5\omega(k-2) + 3\omega(k-3) - \omega(k-4) + \omega(k-5) \quad (21)$$

式(19)~(20)共同构成了 $m(k)$ 的状态方程和量测方程:

$$\begin{cases} m(k) = \lambda m(k-1) + \varepsilon(k-1) \\ \bar{u}(k) = \frac{T_0^3}{4}m(k) + \xi(k) \end{cases} \quad (22)$$

对式(4)的一阶 AR 过程进行 Z 变换,有

$$j(Z) = \frac{1}{1-\lambda Z^{-1}}\omega(Z) \quad (23)$$

根据 Z 变换性质可得:

$$m(Z) = (5Z^{-1} + 3Z^{-2} - Z^{-3} + Z^{-4})j(Z) = \frac{5Z^{-1} + 3Z^{-2} - Z^{-3} + Z^{-4}}{1-\lambda Z^{-1}}\omega(Z) \quad (24)$$

设置一个最小相位滤波器 $L(Z) = \frac{1}{5Z^{-1} + 3Z^{-2} - Z^{-3} + Z^{-4}}$, 将 $m(k)$ 通过该滤波器,得:

$$\begin{aligned} u(Z) &= m(Z)L(Z) = \frac{5Z^{-1} + 3Z^{-2} - Z^{-3} + Z^{-4}}{1-\lambda Z^{-1}} \cdot \\ &\frac{1}{5Z^{-1} + 3Z^{-2} - Z^{-3} + Z^{-4}}\omega(Z) = \frac{1}{1-\lambda Z^{-1}}\omega(Z) \end{aligned} \quad (25)$$

与式(23)对比可知, $u(k)$ 就是目标的加加速度 $j(k)$ 。设 $u(k)$ 的自相关函数为 $r(\cdot)$, 根据 AR 序列的自相关函数特性, 模型参数 α 及 σ_j^2 的估计值可用 $u(k)$ 的自相关函数表示为:

$$\begin{cases} \hat{\alpha} = \hat{r}(1)/\hat{r}(0) \\ j^2 = \hat{r}(0) - \hat{\alpha}\hat{r}(1) \end{cases} \quad (26)$$

采用“衰退记忆法”^[18]对 $\bar{u}(k)$ 的自相关函数 $r(\cdot)$ 进行估计:

$$\begin{cases} \hat{r}_k(0) = \zeta\hat{r}_{k-1}(0) + (1-\zeta)u(k)^2 \\ \hat{r}_k(1) = \zeta\hat{r}_{k-1}(1) + (1-\zeta)u(k)u(k-1) \end{cases} \quad (27)$$

式中: ζ 为遗忘因子 ($0 < \zeta < 1$), ζ 越接近 1, 其估计方差越小, 但是 $r(\cdot)$ 收敛越慢, 无法快速响应参数 α 的变化; ζ 的取值越接近 0, $r(\cdot)$ 收敛越快, 使其能够快速响应参数 α 的变化, 但是 ζ 的估计方差越大。

3 基于改进 Jerk 模型的参数自适应滤波算法

卡尔曼滤波器利用前一时刻对当前时刻的预测值和当前时刻的量测值来更新对状态变量的估计, 获得当前时刻的滤波值, 通过“预测-更新”实现递归滤波^[13]。在运用基于改进的 Jerk 模型的跟踪滤波过程中, 估计目标状态的同时, 也可以得到模型参数 α 及 σ_j^2 的估计值, 这将使模型能够实时与目标机动特性较好的匹配, 获得更好的滤波效果。

式(7)和式(22)共同构成了新的线性离散系统, 其状态方程和量测方程如下:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{X}}(k+1) = \bar{\mathbf{F}}(k)\bar{\mathbf{X}}(k) + \bar{\mathbf{W}}(k) \\ \bar{\mathbf{Y}}(k) = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{X}}(k) + \bar{\mathbf{V}}(k) \end{cases} \quad (28)$$

状态方程中,

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{X}}(k) &= [\mathbf{X}^T(k), m(k)]^T, \bar{\mathbf{W}}(k) = [\mathbf{W}^T(k), \varepsilon(k)]^T \\ \bar{\mathbf{F}}(k) &= \begin{bmatrix} \mathbf{F}(k) & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T_0 & \frac{T_0^2}{2} & p_1 & 0 \\ 0 & 1 & T_0 & q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (29)$$

量测方程中, $\bar{\mathbf{Y}}(k) = [\mathbf{Y}^T(k), \bar{u}(k)]^T$, $\bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & T_0^3/4 \end{bmatrix}$, $\bar{\mathbf{V}}(k) = [\mathbf{V}^T(k), \xi(k)]^T$ 。

根据式(21)求得新的线性离散系统的过程噪声方差为:

$$\bar{\mathbf{Q}}(k) = E[\bar{\mathbf{W}}(k)\bar{\mathbf{W}}^T(k)]^T = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}(k) & 0 \\ 0 & q_{55} \end{bmatrix} \quad (30)$$

式中:

$$q_{55} = 25\sigma_j^2(k-1) + 9\sigma_j^2(k-2) + \sigma_j^2(k-3) + \sigma_j^2(k-4)。$$

根据式(17)求得新的线性离散系统的量测噪声方差为:

$$\bar{\mathbf{R}}(k) = E[\bar{\mathbf{V}}(k)\bar{\mathbf{V}}^T(k)]^T = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{R} \\ \mathbf{R} & 10\mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (31)$$

基于改进 Jerk 模型的参数自适应滤波算法流程如下, 其中 $k=1, 2, \dots, N$ 。

首先根据式(28)及目标前一时刻的状态滤波值 $\hat{\mathbf{X}}(k-1|k-1)$ 可得状态及量测的一步预测分别为:

$$\begin{cases} \hat{\bar{\mathbf{X}}}(k|k-1) = \bar{\mathbf{F}}(k-1)\hat{\bar{\mathbf{X}}}(k-1|k-1) \\ \hat{\bar{\mathbf{Z}}}(k|k-1) = \bar{\mathbf{C}}(k)\hat{\bar{\mathbf{X}}}(k|k-1) \end{cases} \quad (32)$$

通过雷达获取的目标当前时刻量测值 $\bar{\mathbf{Z}}(k)$ 可

求得新息 $\bar{\mathbf{v}}(k)$ 为:

$$\bar{\mathbf{v}}(k) = \bar{\mathbf{Z}}(k) - \hat{\mathbf{Z}}(k|k-1) \quad (33)$$

设前一时刻的状态估计方差为 $\bar{\mathbf{P}}(k-1|k-1)$, 根据协方差定义可得向前一步预测协方差为:

$$\bar{\mathbf{P}}(k|k-1) =$$

$$E\{[\hat{\mathbf{X}}(k) - \hat{\mathbf{X}}(k|k-1)][\hat{\mathbf{X}}(k) - \hat{\mathbf{X}}(k|k-1)]^T\} = \bar{\mathbf{F}}(k-1)\bar{\mathbf{P}}(k-1|k-1)\bar{\mathbf{F}}^T(k-1) + \bar{\mathbf{Q}}(k-1) \quad (34)$$

根据式(32)可得新息协方差或量测协方差为:

$$\bar{\mathbf{S}}(k) = E[\bar{\mathbf{v}}(k)\bar{\mathbf{v}}^T(k)] =$$

$$\bar{\mathbf{C}}(k)\bar{\mathbf{P}}(k|k-1)\bar{\mathbf{C}}^T(k) + \bar{\mathbf{R}}(k) \quad (35)$$

进而可求得滤波器增益为:

$$\bar{\mathbf{K}}(k) = \bar{\mathbf{P}}(k|k-1)\bar{\mathbf{C}}^T(k)\bar{\mathbf{S}}^{-1}(k) \quad (36)$$

最后根据滤波增益得到当前步的状态估计值及状态估计方差:

$$\hat{\mathbf{X}}(k|k) =$$

$$\hat{\mathbf{X}}(k|k-1) + \bar{\mathbf{K}}(k)[\bar{\mathbf{Z}}(k) - \bar{\mathbf{C}}(k)\hat{\mathbf{X}}(k|k-1)] \quad (37)$$

$$\bar{\mathbf{P}}(k|k) = [I - \bar{\mathbf{K}}(k)\bar{\mathbf{C}}(k)]\bar{\mathbf{P}}(k|k-1) \quad (38)$$

4 仿真分析

参考美国洛克希德-马丁公司设计 CAV-H 模型设置飞行器的基本参数^[19]: $m=900$ kg, $S=0.48$ m², 热流密度、动压、过载约束分别为 6 000 kW/m²、45 kPa 和 4。假设飞行器保持固定的攻角和倾侧角飞行, 攻角取最大升阻比下的攻角值 $\alpha=11.6^\circ$, 倾侧角 $\varphi_v=10^\circ$ 。采用指数型大气模型^[20], 仿真时间 $t=700$ s。设飞行器滑翔段初始运动状态的速度为 $15Ma$, 初始位置为 E110°N78°, 飞行高度为 80 km, 航迹倾角为 0° , 航迹方位角为 180° 。在 E110°N50° 处前沿部署一部平流层飞艇载雷达, 架设高度 20 km, 最大探测距离 $R_{\max}=1$ 000 km, 距离误差 100 m、方位角和俯仰角误差均为 0.1° 。

雷达探测跟踪过程中, 不得不考虑地球曲率的影响, 雷达直视距离与雷达天线架设高度和目标高度有如下关系:

$$d_0 = 4.12(\sqrt{h_a(m)} + \sqrt{h_t(m)}) \quad (39)$$

式中: h_a 为雷达架设高度; h_t 为目标高度。设雷达与目标之间的距离为 d , 只有在 $d < d_0$ 且 $d < R_{\max}$, 雷达才有可能发现目标, 经计算比较可得, 460 s 时 HGT 才能进入艇载雷达探测范围, 本文仿真以 460 s 为跟踪起始时间。

4.1 位置跟踪精度比较及分析

分别运用传统的 Jerk 模型和本文改进的 Jerk 模型对艇载雷达下的 HGT 轨迹进行跟踪, 传统

Jerk 模型的 $\sigma_j^2=100$, $\alpha=0.1$, 改进 Jerk 模型中 σ_j^2 和 α 2 个模型参数初值分别设置为 100 和 0.1, 遗忘因子 $\zeta=0.5$, 蒙特卡洛仿真次数为 100。HGT 轨迹真实值、观测值及基于 2 种模型下的滤波值见图 2。

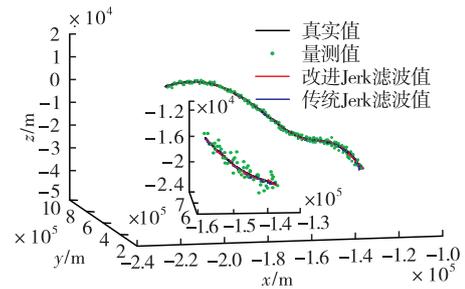


图2 HGT 真实轨迹及滤波轨迹比较

由图 2 可知, 传统的 Jerk 模型及本文改进的 Jerk 模型均能够较好地实现对 HGT 的稳定跟踪, 为了进一步直观地比较 2 种模型下的 HGT 跟踪效果, 此处以均方根误差 (RMSE) 来对其进行评估^[21]。设目标在时刻 t_{eval} 的滤波值和真实值之差为:

$$\mathbf{E}_m(t_{\text{eval}}) = \hat{\mathbf{x}}_m(t_{\text{eval}}) - \mathbf{x}_m(t_{\text{eval}}) \quad (40)$$

式中: $\hat{\mathbf{x}}_m(t_{\text{eval}})$ 为评估时刻 t_{eval} 对目标的第 m 次蒙特卡洛仿真中的状态估计向量; $\mathbf{x}_m(t_{\text{eval}})$ 为目标在评估时刻 t_{eval} 的状态真实向量。定义 M 次蒙特卡洛仿真实验后所获得的估计误差平方的平均值为:

$$\mathbf{C}(t_{\text{eval}}) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{E}_m(t_{\text{eval}}) \mathbf{E}_m^T(t_{\text{eval}}) \quad (41)$$

目标状态向量为:

$$\mathbf{x}(k) = [x(k), \dot{x}(k), \ddot{x}(k), \overset{\cdot\cdot\cdot}{x}(k), y(k), \dot{y}(k), \ddot{y}(k), \overset{\cdot\cdot\cdot}{y}(k), z(k), \dot{z}(k), \ddot{z}(k), \overset{\cdot\cdot\cdot}{z}(k)]^T$$

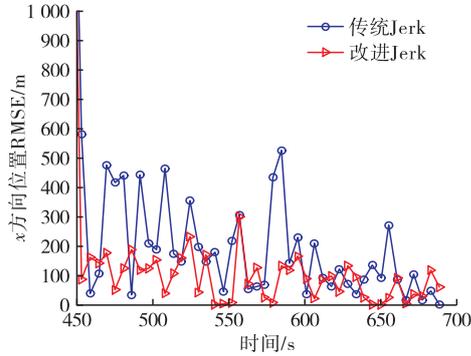
所以 $\mathbf{C}(t_{\text{eval}})$ 为 12×12 的方阵, 矩阵的第 1 行第 1 列、第 5 行第 5 列及第 9 行第 9 列所对应的元素 $\mathbf{C}_x(t_{\text{eval}})$ 、 $\mathbf{C}_y(t_{\text{eval}})$ 、 $\mathbf{C}_z(t_{\text{eval}})$ 分别表示时刻 t_{eval} 目标跟踪在 x 轴方向、 y 轴方向及 z 轴方向的位置误差的方差; 矩阵的第 2 行第 2 列、第 6 行第 6 列及第 10 行第 10 列所对应的元素 $\mathbf{C}_{\dot{x}}(t_{\text{eval}})$ 、 $\mathbf{C}_{\dot{y}}(t_{\text{eval}})$ 、 $\mathbf{C}_{\dot{z}}(t_{\text{eval}})$ 分别表示时刻 t_{eval} 目标跟踪在 x 轴方向、 y 轴方向及 z 轴方向的速度误差的方差。3 个坐标轴方向的位置 RMSE 及速度 RMSE 分别为:

$$\begin{cases} \text{RMSE}_x(t_{\text{eval}}) = \sqrt{\mathbf{C}_x(t_{\text{eval}})} \\ \text{RMSE}_y(t_{\text{eval}}) = \sqrt{\mathbf{C}_y(t_{\text{eval}})} \\ \text{RMSE}_z(t_{\text{eval}}) = \sqrt{\mathbf{C}_z(t_{\text{eval}})} \\ \text{RMSE}_{\dot{x}}(t_{\text{eval}}) = \sqrt{\mathbf{C}_{\dot{x}}(t_{\text{eval}})} \\ \text{RMSE}_{\dot{y}}(t_{\text{eval}}) = \sqrt{\mathbf{C}_{\dot{y}}(t_{\text{eval}})} \\ \text{RMSE}_{\dot{z}}(t_{\text{eval}}) = \sqrt{\mathbf{C}_{\dot{z}}(t_{\text{eval}})} \end{cases} \quad (42)$$

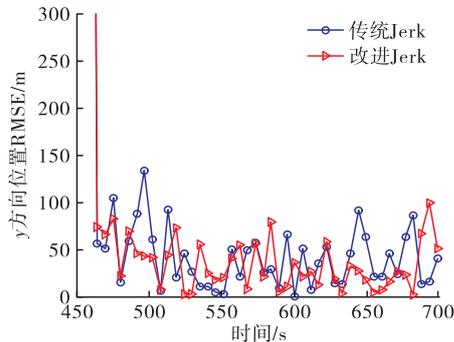
位置总 RMSE 及速度总 RMSE 计算公式为:

$$\begin{cases} \text{RMSE}_p(t_{\text{eval}}) = \sqrt{C_x(t_{\text{eval}}) + C_y(t_{\text{eval}}) + C_z(t_{\text{eval}})} \\ \text{RMSE}_v(t_{\text{eval}}) = \sqrt{C'_x(t_{\text{eval}}) + C'_y(t_{\text{eval}}) + C'_z(t_{\text{eval}})} \end{cases} \quad (43)$$

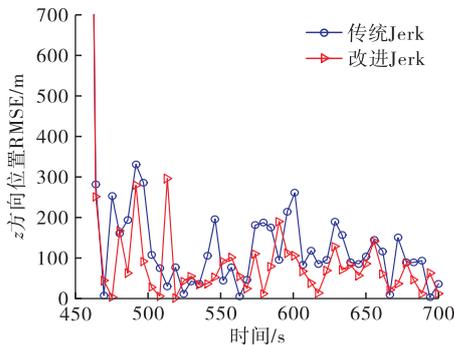
2 种模型下各个坐标轴方向的位置 RMSE 及总的位置 RMSE 见图 3,红色线条表示改进 Jerk 模型的滤波误差,蓝色线条表示传统 Jerk 模型的滤波误差。



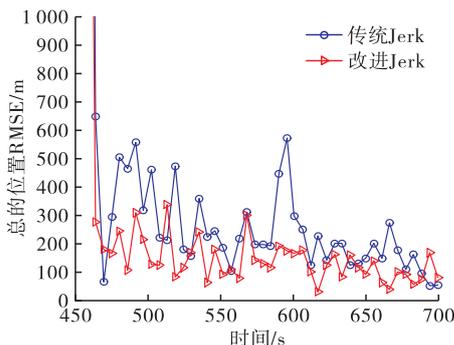
(a) x方向位置RMSE比较



(b) y方向位置RMSE比较



(c) z方向位置RMSE比较

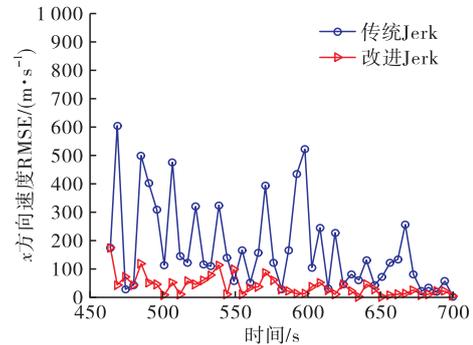


(d) 总的位置RMSE比较

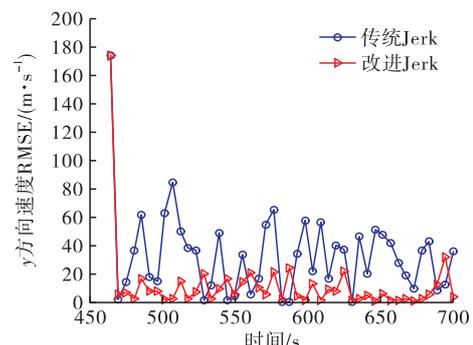
由图 3 可得,在 3 个坐标轴方向上,基于改进 Jerk 模型的位置滤波 RMSE 均低于基于传统 Jerk 模型的位置 RMSE,模型参数的实时估计调整使得基于改进 Jerk 模型进行跟踪时,能够使跟踪模型与目标运动状态在很短的时间内得到较好匹配,进而使位置滤波误差能够很快降低并保持基本稳定,改进 Jerk 模型尤其在跟踪前期的优势更加明显。由图 3(d)可知,采用改进的 Jerk 模型代替传统 Jerk 模型对 HGT 轨迹进行跟踪滤波时,能够降低约 50%的位置均方根误差,可实现对 HGT 轨迹更加精确稳定的跟踪。

4.2 速度跟踪精度比较及分析

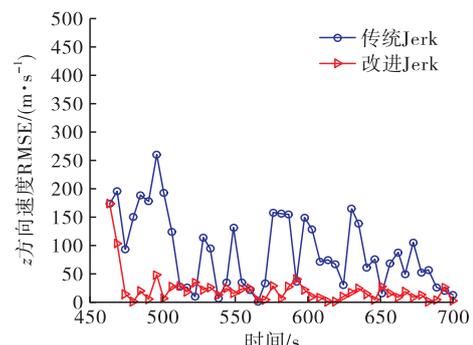
2 种模型下各个坐标轴方向的速度 RMSE 及总的速度 RMSE 见图 4,红色线条表示改进 Jerk 模型的滤波误差,蓝色线条表示传统 Jerk 模型的滤波误差。



(a) x方向速度RMSE比较



(b) y方向速度RMSE比较



(c) z方向速度RMSE比较

图 3 位置均方根误差比较

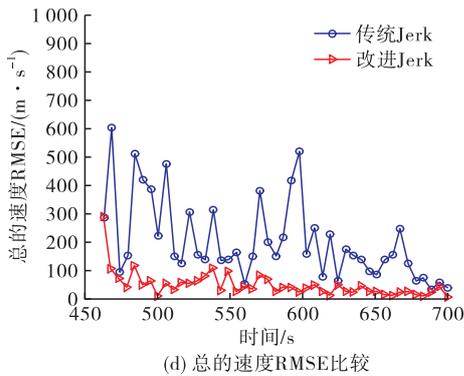


图4 速度均方根误差比较

与位置跟踪精度类似,由图4可得,在3个坐标轴方向上,基于改进Jerk模型的速度滤波RMSE均低于基于传统Jerk模型的速度RMSE,除此之外,由于模型参数的自适应调整,基于改进Jerk模型跟踪时,能够一直保持比较低的速度滤波误差。由图4(d)可知,采用改进的Jerk模型代替传统Jerk模型对HGT轨迹进行跟踪滤波时,总的速度跟踪精度能够得到大幅度提升,从而实现对HGT轨迹更加精确稳定的跟踪。

5 结语

随着越来越多高超声速滑翔飞行器的试验成功及陆续服役,研究与HGT高速高机动特性相匹配的跟踪模型显得十分迫切。本文针对实际运用中现有Jerk跟踪模型对参数预设的不合理性,将一阶AR模型的思想运用到对模型参数的实时估计中,提出了改进的Jerk模型,实现了目标状态估计的同时对模型参数进行自适应调整,使跟踪模型与目标机动特性尽可能得到匹配。最后基于HGT轨迹进行仿真,证明了改进Jerk模型相对于传统Jerk模型的优势。所提模型对其他高机动目标跟踪问题的研究也有一定的借鉴意义。

参考文献

[1] 谢愈,刘鲁华,汤国建,等. 高超声速滑翔飞行器摆动式机动突防弹道设计[J]. 航空学报,2011,32(12): 2174-2181.

[2] YAN X D, LIU S, TANG S. Analysis of Optimal Initial Glide Conditions for Hypersonic Glide Vehicles[J]. Chinese Journal of Aeronautics,2014,27(2):217-225.

[3] LI G H, ZHANG H B, TANG G J. Maneuver Characteristics Analysis for Hypersonic Glide Vehicles[J]. Aerospace Science and Technology,2015,43:321-328.

[4] HUANG J S, ZHANG H B, TANG G J, et al. Radar

Tracking for Hypersonic Glide Vehicle Based on Nerdynamic Model [C] // Chinese Control and Decision Conference. 2017: 1080-1084.

[5] 张翔宇,王国宏,李俊杰,等. 临近空间高超声速滑跃式轨迹目标跟踪技术[J]. 航空学报,2015,36(6): 1983-1994.

[6] FAN Y, ZHU W X, BAI G Z. Maneuvring Laterally Hypersonic Glide Vehicle Tracking Method using modified adaptive Cubature Kalman filter [C] // International Conference on Radar. 2016: 2167-2172.

[7] 侯俊林. 高机动目标 Jerk 模型跟踪算法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学,2013.

[8] GHOSH S, MUKHOPA-DHYAY S. Tracking Reentry Ballistic Targets Using Acceleration and Jerk Models[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems,2011,47(1): 666-683.

[9] ZHANG Chijun, ZHAI Xuhua, MA Hong. Experimental Research on Jerk Characteristics of Tracked Vehicles at Starting Phase[J]. Journal of China Ordnance,2008,4(1): 61-64.

[10] 李凡,熊家军,张凯,等. 临近空间高超声速目标跟踪技术研究[J]. 战术导弹技术,2018,39(4): 38-44.

[11] 苗世雨. 临近空间强机动目标跟踪算法研究[D]. 北京:北京交通大学,2018.

[12] 戴邵武,方君,戴洪德,等. 基于改进CS-Jerk模型的强机动目标跟踪算法[J]. 电光与控制,2016,23(3): 11-15.

[13] 何友,修建娟,关欣,等. 雷达数据处理及应用[M]. 3版. 北京:电子工业出版社,2013.

[14] 刘次华. 随机过程[M]. 2版. 武汉:华中科技大学出版社,2001.

[15] MEHROTRA K, MAHAPATRA P R. A Jerk Model for Tracking Highly Maneuvering Targets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1997,33(4):1094-1105.

[16] 金学波. Kalman 滤波器理论与应用——基于 MATLAB 实现[M]. 北京:科学出版社,2016.

[17] WU W R, CHANG D C. Maneuvering Target Tracking with Colored Noise [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1996, 32(4): 1311-1319.

[18] HAYKIN S. Adaptive Filter Theory[M]. Fifth Edition. London: Pearson Education,2014.

[19] PHILIPS T H. A Common Aero Vehicle(CAV) Model, Description, and Employment Guide [R]. USA: Schafer Corporation, 2003.

[20] 李惠峰. 高超声速飞行器制导与控制技术[M]. 北京:中国宇航出版社,2012.

[21] HANG A J. Bayesian Estimation and Tracking: A Practical Guide[M]. Hoboken: John Wiley & Sons,2012.

(编辑:徐敏)