

采用卡方检验和牛顿插值的抗差卡尔曼滤波新算法

蔡保杰, 邵雷, 李正杰

(空军工程大学防空反导学院, 西安, 710051)

摘要 针对组合导航中卫星信号受到干扰导致误差增大的问题, 提出一种基于卡方检验和牛顿插值的抗差卡尔曼滤波新算法。该算法以故障观测值的残差不再服从均值为零的高斯分布为理论依据, 以仿真实验为基础, 通过设计满足显著性水平要求的卡方检验阈值选取方法, 提高卡方检验对故障观测值的定位精度; 在此基础上, 利用过去时刻的观测值构造牛顿插值多项式并进行外延, 得到新的当前时刻的观测值, 并通过引入改善因子改进观测噪声, 使观测噪声更加接近正常值, 最终提高导航精度。实验结果表明: 该算法相比于一般滤波算法位置误差减小约 75%, 速度误差减小约 80%, 该算法能够有效抑制观测值故障带来的影响, 提高了组合导航系统的可靠性。

关键词 抗差滤波; 组合导航; 卡方检验; 牛顿插值

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2020.01.007

中图分类号 V448 文献标志码 A 文章编号 1009-3516(2020)01-0038-06

A New Robust Kalman Filter Algorithm Based on Chi-Square Test and Newton Interpolation

CAI Baojie, SHAO Lei, LI Zhengjie

(Air and Missle Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract Aimed at the problem that the satellite signals in integrated navigation have an effect on error, a new robust Kalman filter algorithm based on chi-square on test and Newton interpolation is proposed. The algorithm is to improve the positioning accuracy of chi-square test to the fault measurement value by taking the residual error of the measurement value disobeyed the Gaussian distribution with the mean value being zero as a theoretical basis and the simulation experiment as a basis through designing a method to select the threshold of chi-square test to meet the significance level requirement. On the basis mentioned above, the Newtonian interpolation polynomial is constructed by using the observed values at the past time and donated to get the new measured values at the current time, and measurement noise is improved by introducing improvement factor, making measurement noise more close to normal value, and finally improving navigation accuracy. The experimental results show that the algorithm proposed in this paper reduces the position error by about 75% and the speed error by about 80%, compared with the general filtering algorithm, and can also effectively suppress the influence of observed faults and improve the reliability of integrated navigation system.

收稿日期: 2019-06-08

基金项目: 国家自然科学基金(61503408)

作者简介: 蔡保杰(1995—), 男, 河北衡水人, 硕士生, 主要从事组合导航研究。E-mail: 18332729660@163.com

引用格式: 蔡保杰, 邵雷, 李正杰. 采用卡方检验和牛顿插值的抗差卡尔曼滤波新算法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2020, 21(1): 38-43. CAI Baojie, SHAO Lei, LI Zhengjie. A New Robust Kalman Filter Algorithm Based on Chi-Square Test and Newton Interpolation[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2020, 21(1): 38-43.

Key words robust filtering; integrated navigation; chi-square test; Newton interpolation

导航就是将运载体从起始点引导到目的地的技术或方法,GPS 和惯性导航结合的导航方法在当今导航领域应用广泛^[1-2]。在组合导航实际应用环境中,由于建筑物的遮挡或其他随机误差的影响,会出现观测值损坏的状况,严重影响导航精度。当卫星接收的信号受到外界干扰时,载体状态的解算将会出现粗差,粗差的存在将会使观测噪声的数学特性发生变化,残差(新息)将不再服从标准的高斯分布。

对于观测故障问题^[3],常用的是传统抗差卡尔曼滤波方法^[4]。文献[5]中先用假设检验的方法检测出故障观测值的具体位置,再利用抗差因子对故障观测值进行降权处理,用设定的门限值代替系统噪声值,可以较大幅度的减小粗差的影响。文献[6]中基于卡方检验构造了一个检验函数,对不同的检验函数值采用不同的公式计算新的观测噪声方差阵代替故障的观测噪声方差阵。文献[7]通过降低滤波增益值来达到修正预测值的效果。文献[8]在一步预测均方误差阵上乘一个渐消因子,进行自适应滤波。文献[9]提出了错误预警率和故障探测率的概念,对故障的定位相对更加精确。上述方法都能一定程度的减小粗差带来的影响,但也存在不足之处。检测系统并不能保证百分之百的正确率,当检测系统出现误检时,用门限值代替正确的噪声值,会造成正确的观测值误差增大,降低了系统的稳定性。针对这种情况,本文提出一种基于牛顿插值的抗差方法,利用前几个时刻的噪声值组成的牛顿插值多项式进行外延,得到当前时刻的观测噪声值,使系统稳定性更高,提高了组合导航系统的抗差能力,并通过实验对此法进行了验证,取得了较好的抗差效果。

1 卡尔曼滤波算法与系统建模

1.1 卡尔曼滤波算法

卡尔曼滤波是 20 世纪 90 年代提出的一种最优估计的方法,是组合导航系统经常用到的一种滤波方法。卡尔曼滤波经常用在 SINS/GNSS 中来实现卫星导航系统和捷联惯导系统的信息融合^[10-13]。离散卡尔曼滤波基本公式为:

状态一步预测:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} = \mathbf{A}_{k,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \quad (1)$$

状态估计:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{Z}_k + \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k,k-1}) \quad (2)$$

滤波增益:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (3)$$

一步预测均方误差:

$$\mathbf{P}_{k,k-1} = \mathbf{A}_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{A}_{k,k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (4)$$

估计均方误差:

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k,k-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_k \mathbf{K}_k^T \quad (5)$$

式中: \mathbf{Q}_k 为 k 时刻的系统噪声方差阵; \mathbf{R}_k 为 k 时刻观测噪声方差阵。

1.2 组合导航系统建模

SINS/GNSS 组合导航是近年来导航领域最常使用的一种方法,SINS 可以辅助 GNSS 导航,而 GNSS 也可以对 SINS 不断地进行修正,避免了捷联惯导误差随时间增大的问题。在 SINS/GNSS 组合滤波器中,一般采用 15 维的误差状态建立状态方程,状态向量为:

$$\mathbf{X}_k = [\partial L, \partial \lambda, \partial h, \partial v, \varphi, \epsilon, \nabla]^T \quad (6)$$

式中: ∂L 为经度误差; $\partial \lambda$ 为纬度误差; ∂h 为高度误差; $\partial v = [\partial v_x, \partial v_y, \partial v_z]$ 为速度误差; $\varphi = [\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z]$ 为姿态角误差; $\epsilon = [\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z]$ 为陀螺仪漂移误差; $\nabla = [\nabla_x, \nabla_y, \nabla_z]$ 为加速度计零偏误差。其状态方程离散化后的形式为:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{A}_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{W} \quad (7)$$

式中: $\mathbf{A}_{k,k-1}$ 为状态转移矩阵,当状态向量为 15 维时, $\mathbf{A}_{k,k-1}$ 是一个 15 维的方阵,因篇幅限制,且松组合导航系统的状态转移矩阵大同小异,本文略去状态转移矩阵的列写, \mathbf{W} 为系统噪声。SINS/GNSS 的观测模型取 GNSS 和 SINS 输出的位置和速度之差作为观测值,观测向量为:

$$\mathbf{Z}_k = [r_{\text{GNSS}} - r_{\text{SINS}}, v_{\text{GNSS}} - v_{\text{SINS}}]^T$$

式中: $v = [v_x, v_y, v_z]; r = [L, \lambda, h]$ 。

量测方程离散化后的形式为:

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \quad (8)$$

式中: \mathbf{H}_k 为量测矩阵, \mathbf{H}_k 为一个 6 行 15 列的矩阵; \mathbf{V}_k 为量测噪声。

2 采用卡方检验的故障诊断方法

在卡尔曼滤波算法中,用一步预测 $\hat{\mathbf{X}}_{k,k-1}$ 代替真实状态所引起的误差为:

$$\tilde{\mathbf{X}}_{k,k-1} = \mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} \quad (9)$$

引起对量测的估计误差为:

$$\tilde{\mathbf{Z}}_{k,k-1} = \mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_{k,k-1} = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} = \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{X}}_{k,k-1} + \mathbf{V}^k \quad (10)$$

式中: $\tilde{\mathbf{Z}}_{k,k-1}$ 在滤波理论中称为残差(新息)。令 $\tilde{\mathbf{Z}}_{k,k-1} = J_k$ 。若 k 时刻系统正常无故障, 残差序列应为均值为零的白噪声序列, 服从标准高斯分布, 即:

$$\mathbf{J}_k \sim N(0, \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k) \quad (11)$$

若系统发生故障, 量测信息存在较大偏差, 则残差均值不再为零。设统计量:

$$S_k = \mathbf{J}_k^T \mathbf{D}_k^{-1} \mathbf{J}_k \quad (12)$$

式中: \mathbf{D}_k 为测量残差的协方差矩阵, 即:

$$\mathbf{D}_k = E[\mathbf{J}_k^T \cdot \mathbf{J}_k] = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (13)$$

S_k 服从自由度为 d 的卡方分布, d 为观测序列的维数, 利用卡方分布进行假设检验, 设 H_0 为原假设, H_1 为备择假设, 在此问题中, H_0, H_1 分别定义为:

$$\begin{cases} H_0: S_k \sim \chi^2(d, 0) \\ H_1: S_k \sim \chi^2(d, \Upsilon) \end{cases} \quad (14)$$

式中: Υ 为非中心化参数, 取显著性水平, 即犯弃真错误的概率为 α , α 的大小直接决定了误差的判定条件。设检测量容许的最大值为 $T(d)$, $T(d) = \chi_{\alpha}^2(d)$, 一般将 $T(d)$ 称为阈值, 当检验量的值超过阈值 $T(d)$ 时, 认为发生故障^[14-15]。

若当前时刻观测值发生故障, 可以对当前时刻的所有观测值做抗差处理, 但这会损坏无故障的观测值, 造成不必要的误差。为了充分利用无故障的观测值, 提高抗差效果, 本文采用单时刻单维度的检验方法对故障观测值进行更精确的定位。取假设检验统计量为:

$$S_k(i) = \mathbf{J}_k^T(i) \mathbf{D}_k^{-1}(i) \mathbf{J}_k(i) \quad (15)$$

式中: $S_k(i)$ 为 k 时刻检验序列的第 i 个值; $\mathbf{J}_k(i)$ 为 k 时刻残差序列的第 i 个值。有:

$$\begin{cases} H_0: S_k \sim \chi^2(1, 0) \\ H_1: S_k \sim \chi^2(1, \Upsilon) \end{cases} \quad (16)$$

令 $\chi_{\alpha}^2(1) = T(1)$, $\chi_{\alpha}^2(1)$ 为 $\chi^2(1)$ 分布上的 α 分位数。在实际应用中, 观测噪声会受到环境等因素的影响, 即使用高斯分布表示观测噪声的分布, 也不能完全的表示出观测噪声的规律, 为避免真实噪声当做故障噪声来处理, 一般选取的阈值较大。当阈值选取过小时, 随着时间的推移, 会出现累积误差, 使末端时刻出现发散现象, 如图 1 所示。而当阈值选取过大时, 故障检测系统几乎检测不到故障, 致使

使用抗差方法后和使用抗差方法前的误差曲线接近重合, 如图 2 所示。基于上述仿真分析, 为取得相对较好的效果, 需要对阈值进行合理选取。通过 χ^2 分布表可知显著性水平 α 和阈值 $T(1)$ 之间存在一定关系, 如表 1 所示。由表可知, 每个显著性水平 α 对应一个阈值 $T(1)$, 当显著性水平 α 减小时, 阈值 $T(1)$ 随之增大。据此, 本文在研究过程中, 通过大量实验分析, 发现当显著性水平 α 取为 0.005~0.01, 阈值 $T(1)$ 在 6.635~7.879 可以取得较好的效果。当 $S_k(i) \leq T(1)$ 时, 认为观测值无故障, 当 $S_k(i) \geq T(1)$ 时, 认为观测值存在故障。

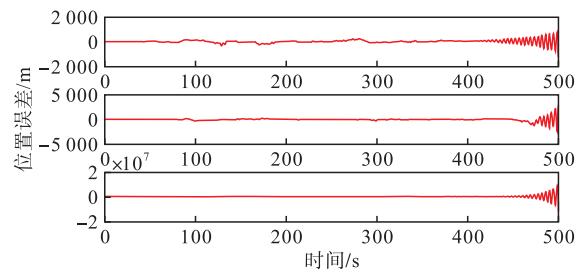


图 1 阈值选取过小示例

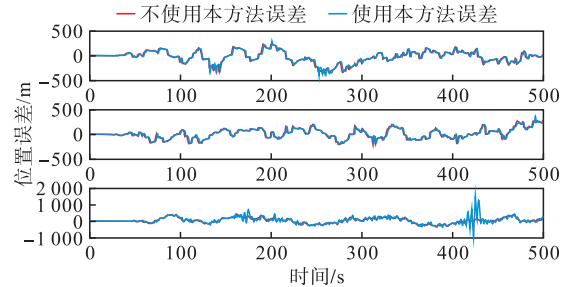


图 2 阈值选取过大示例

表 1 显著性水平和阈值的关系

显著性水平 α	阈值 $T(1)$	显著性水平 α	阈值 $T(1)$
0.975	0.001	0.100	2.706
0.950	0.004	0.050	3.841
0.090	0.016	0.025	5.024
0.750	0.102	0.010	6.635
0.250	1.323	0.005	7.879

3 基于牛顿插值的抗差方法

在处理数学问题时, 由于一些函数太复杂, 或者已知函数是一张表格, 就可以通过一些离散值, 按照一定的要求, 构造此函数的一个近似表达式。代数插值的几何意义是: 通过平面上给定的 $N+1$ 个互异点 (x_i, y_i) ($i=0, 1, \dots, N$) 做一条代数曲线 $y=P(x)$, 近似的表示 $y=f(x)$ 。构造插值多项式的方法不唯一, 综合考虑插值精度, 构造简便性等因素,

本文将使用牛顿插值进行插值计算。牛顿插值多项式^[16]的表达式为:

$$f(x) = N(x) + R(x) \quad (17)$$

式中: $N(x)$ 为牛顿插值公式; $R(x)$ 为牛顿插值多项式的余项,本文不做研究。牛顿插值公式为:

$$N_n(x) = f(x_0) + (x - x_0)f[x_1 + x_0] + \dots + (x - x_0)(x - x_1)\dots(x - x_{n-1})f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_0] \quad (18)$$

式中: n 为插值多项式的阶数。

在经典组合导航系统中,可以每隔一段固定的时间进行一次导航滤波过程,使用等距节点的插值公式更加简便,其表达式为:

$$N_n(x) = f_0 + \frac{t}{1!}\Delta f_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 f_0 + \dots + \frac{t(t-1)(t-n+1)}{n!}\Delta^n f_0 \quad (19)$$

式中: $f_i = f(x_i)$; $\Delta^n f_i = \Delta(\Delta^{n-1} f_i) = \Delta^{n-1} f_{i+1} - \Delta^{n-1} f_i$; $\Delta f_i = f_{i+1} - f_i$,设 h 为步长,当前时刻值为 x_k ,起始时刻值为 x_0 , $t = (x_k - x_0)/h$ 。将此牛顿插值表达式转换为另一种表达形式^[17],令:

$$f_k = N_n(x) = Mf = \sum_{a=1}^n M_{n-a+1} f_{k-a} \quad (20)$$

式中: $M_j = \sum_{a=j-1}^{n-1} (-1)^{a-j+1} C_a^{j-1} C_n^a$,据此式便可用前 n 个时刻的函数值对当前时刻函数值进行插值。在仿真分析的过程中,仅使用经典牛顿插值多项式的结果总是不太理想,为使滤波效果更加精确,本文在牛顿插值多项式的基础上增加了一个改善因子 δ ,改进的牛顿插值多项式变为:

$$f_k = \sum_{a=1}^n M_{n-a+1} f_{k-a} / \delta \quad (21)$$

将 δ 设初值为2,步长为+0.5,末值设为10,依次将 $\delta = 2, 2.5, 3, \dots$ 代入改进的插值多项式,通过大量的对比分析, $\delta = 4$ 时效果最佳,因此,本文将以 $\delta = 4$ 来进行仿真分析。

设 $\mathbf{V}_k(i) = f_k(i)$ 为观测噪声 k 时刻第 i 个观测值,令 $\mathbf{V}'_k = \mathbf{C}_k \cdot \mathbf{V}_k$,其中:

$$\mathbf{C}_k = \text{diag}[c_1, c_2, \dots, c_i] \quad (22)$$

$$C_i = \begin{cases} 1, & S_k(i) \leq \chi_a^2(1) \\ \frac{\sum_{a=1}^n M_{n-a+1} V_{k-a}}{\mathbf{V}_k(i)\delta}, & S_k(i) > \chi_a^2(1) \end{cases} \quad (23)$$

相应的观测方程变为:

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}'_k \quad (24)$$

插值多项式余项公式说明插值节点越多,一般说来误差越小,函数逼近越好,但这也不是绝对的。

适当地提高插值多项式的次数,有可能提高计算结果的准确程度,但并非插值多项式的次数越高越好。当插值节点增多时,不能保证非节点处的插值精度得到改善,有时反而误差更大。龙格现象表明,大范围内使用高次插值,逼近的效果往往是不理想的。根据经验,牛顿插值在四阶时精度较高,出现龙格现象的概率也比较小,所以本文将以四阶牛顿插值多项式来进行实验验证。基于四阶牛顿插值的抗差滤波方法为:

当 $S_k(i) \leq \chi_a^2(1)$ 时, $C_i = 1$,此时:

$$\mathbf{V}'_k(i) = \mathbf{V}_k(i) \quad (25)$$

当 $S_k(i) \leq \chi_a^2(1)$ 时, $\delta = 4$,则:

$$C_i = \frac{4V_{k-1}(i) + 6V_{k-2}(i) + 4V_{k-3}(i) + 4V_{k-4}(i)}{4\mathbf{V}_k(i)} \quad (26)$$

此时:

$$\mathbf{V}'_k(i) = C_{k,i} \cdot \mathbf{V}_k(i) = [4V_{k-1}(i) - 6V_{k-2}(i) + 4V_{k-3}(i) - 4V_{k-4}(i)]/4 \quad (27)$$

观测方程为:

$$\mathbf{Z}_k(i) = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k(i) + \mathbf{V}'_k(i) \quad (28)$$

4 仿真与验证

4.1 仿真轨迹与 INS、GPS 输出数据的生成

本文通过模拟一条飞行器飞行的轨迹来验证基于卡方检验和牛顿插值的抗差滤波方法的效果,飞行轨迹见图3。将模拟的轨迹所对应的数据分别输入到INS数据生成器的GPS数据生成器中,得到INS输出和GPS输出。其中陀螺仪常值误差为 $0.2^\circ/h$,陀螺仪随机游走为 $0.01^\circ/\sqrt{h}$;加速度计常值误差为 $0.01g$,加速度计随机游走为 $0.01g/\sqrt{Hz}$ 。

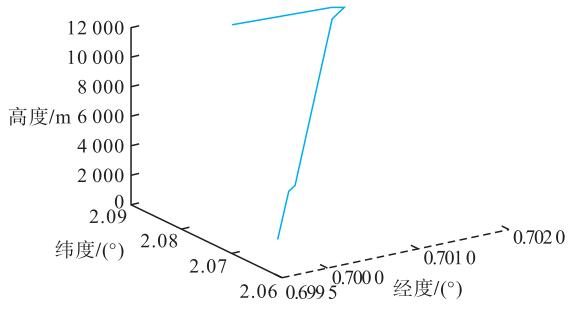


图3 飞行器轨迹

仿真总时长为500 s,周期为1 s,位置量测噪声分别为:经、纬度噪声是以 0.00015° 为基数的白噪声,高度噪声是以5 m为基数的白噪声;速度噪声均为以1 km/h为基数的白噪声;姿态角噪声为以 0.01° 为基数的白噪声。为验证本抗差算法的有效性,制造量测不准确的外部环境,仿真在每隔10 s

的时刻加入一个噪声放大系数 m ,使此时刻的噪声含有 m 倍粗差。

4.2 仿真对比分析

为了便于比较基于卡方检验和牛顿插值抗差方法的效果,本文分别对使用本方法和不使用本方法进行了仿真,仿真结果见图 4~6。

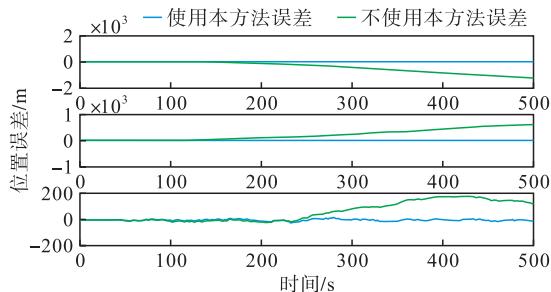


图 4 基于牛顿插值抗差滤波与一般滤波方法位置误差

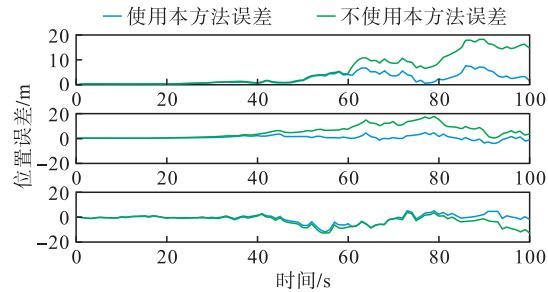


图 5 基于牛顿插值抗差滤波与一般滤波方法前段位置误差

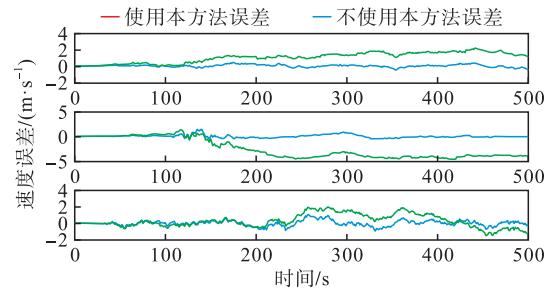


图 6 基于牛顿插值抗差滤波与一般滤波方法速度误差

在实际应用中,当系统没有抗差算法时,在 GNSS 信号受到干扰时间段内会由 INS 单独工作,为了验证基于牛顿插值的抗差方法的有效性,对使用本方法后和只使用 INS 进行了仿真对比,仿真结果见图 7~9。

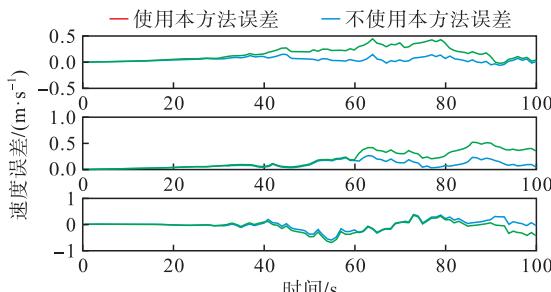


图 7 基于牛顿插值抗差滤波与一般滤波方法前段速度误差

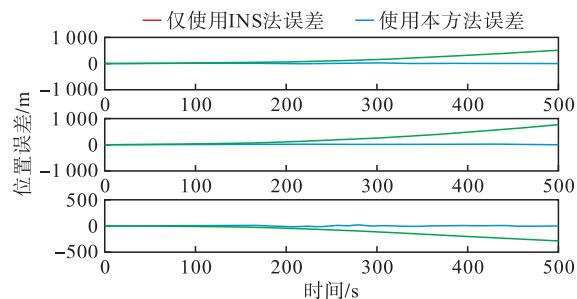


图 8 基于牛顿插值抗差滤波方法与只使用 INS 位置误差对比

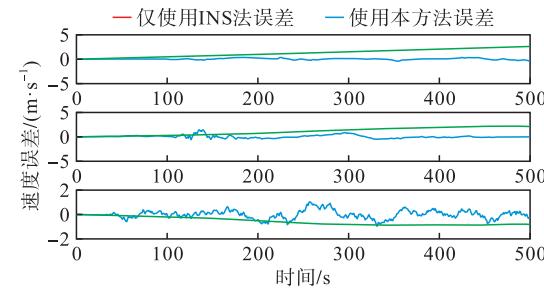


图 9 基于牛顿插值抗差滤波方法与只使用 INS 速度误差对比

从图 4、图 6 中可以看出,对于含有粗差的观测量不使用抗差滤波的话,由于量测噪声的急剧变化,量测量的值发生很大变化,从而使滤波精度大大降低,东向位置误差粗略范围 $0 \sim -2000$ m,北向位置误差粗略范围 $0 \sim 1000$ m,天向位置误差粗略范围 $0 \sim 200$ m;东向速度误差粗略范围 $0 \sim 2$ m/s,北向速度误差粗略范围 $-5 \sim 0$ m/s,天向速度误差粗略范围 $-2 \sim 2$ m/s。在使用了基于卡方检验和牛顿插值的抗差滤波方法后,此时刻的量测噪声会根据前几个时刻的噪声值进行重新设计,使量测噪声恢复正常,使位置误差和速度误差减小并趋于稳定,东向位置误差为 $-13 \sim 25$ m,北向位置误差为 $-10 \sim 26$ m,天向位置误差为 $-18 \sim 19$ m,东向速度误差为 $-0.4 \sim 0.6$ m/s,北向速度误差为 $-0.8 \sim 1.5$ m/s,天向速度误差为 $-1 \sim 1.2$ m/s。为了更直观地展现出基于牛顿插值的抗差滤波的有效性,截取了前 100 s 的数据绘制图像,如图 5、图 7 所示,一般滤波方法的位置误差在 $-20 \sim 20$ m 范围内波动,速度东向、北向误差在 $-0.5 \sim 0.5$ m/s 波动,天向速度误差在 $-1 \sim 1$ m/s 之间波动,而使用本文所提出的抗差方法所得的误差值均比一般滤波方法得出的误差值要小。

从图 8、图 9 中可以看到,由于惯性导航具有累积误差,随着时间的推移,只使用惯性导航方法无论是位置误差还是速度误差都会慢慢增大,与此相比,本文提出的基于牛顿插值的抗差滤波方法能较好的使误差维持在一个较小的范围内,使导航精度得到

提高。图9中,由于在卫星导航数据已加入噪声的前提下,观测值又加入噪声 \mathbf{V}_k ,滤波后的天向速度出现不稳定的情况,对导航精度带来一定影响。但天向速度误差值仍在 $-2\sim2\text{ m/s}$ 这样一个较小的范围内,且只有天向速度误差出现不稳定的情况。综合对比来看,基于牛顿插值的抗差卡尔曼滤波新算法仍不失为一种有效的抗差滤波方法。

5 结语

本文针对SINS/GNSS组合导航中观测值中会出现较大误差的问题,分析了产生误差的原因,根据含有粗差的残差向量不再服从高斯分布的情况,对故障进行检测,通过实验验证来分析确定阈值的大小,提高了故障定位的精度。然后,提出了一种基于牛顿插值的抗差卡尔曼滤波新算法,并加入了改善因子使修正后的量测值更加稳定。最后,通过大量的仿真分析,该算法使误差控制在一个很小的范围内,具有较好的抗差效果。该算法提高了抗差滤波系统的稳定性,计算简单,易于工程实现。

参考文献

- [1] HASAN A M, SAMSUDIN K, RAMLI A R, et al. A Review of Navigation Systems (Integration and Algorithms)[J]. Australian Journal of Basic and Applied Sciences, 2009, 3(2): 943-959.
- [2] BUDIYONO A. Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation System[J]. Industrial Robot, 2013, 67(3):191-192.
- [3] WANG J L, PIETER B O. On The Availability of Fault Detection and Exclusion in GNSS Receiver Autonomous Integrity Monitoring [J]. The Journal of Navigation, 2009, 62(2):251-26.
- [4] ZHANG S, YU S, LIU C, et al. A Dual-Linear Kalman Filter for Real-Time Orientation Determination System Using Low-Cost MEMS Sensors[J]. Sensors, 2016, 16 (2): 264-283.
- [5] 苗岳旺,周巍,田亮,等.基于新息检测的扩展卡尔曼滤波及其应用[J].武汉大学学报(信息科学版),2016, 41(2):269-273.
- [6] 杨春,郭健,张磊,等.采用卡方检验的模糊自适应无迹卡尔曼滤波组合导航算法[J].控制与决策,2018, 33 (1):81-87.
- [7] 李科,金际航,常国宾. GNSS/INS组合导航系统异常观测的探测与抑制[J].海洋测绘,2015, 35 (1):25-29.
- [8] 庄朝文,富立,范跃祖.一种基于假设检验的多重渐消卡尔曼滤波[J].北京航空航天大学学报,2004, 30 (1):18-21.
- [9] 许长辉,高井祥,王坚. GNSS/INS组合系统的抗差卡尔曼滤波[J].中国矿业大学学报,2010, 39 (5): 773-778.
- [10] SONG L H, JIN L W. Integrated GPS/INS Navigation System with Dual-Rate Kalman Filter[J]. GPS Solution, 2012, 16(3):389-404.
- [11] ALI J, MIRZA M. Performance Comparison Among Some Nonlinear Filters For a Low Cos SINS/GNSS Integrated Solution[J]. Nonlinear Dynamics, 2010, 61 (3):491-502.
- [12] 潘永生.信息融合技术在组合导航中的应用研究[D]. 西安:西北工业大学,2006.
- [13] 秦永元,张洪锐,汪叔华.卡尔曼滤波与组合导航原理[M].西安:西北工业大学出版社,1998.
- [14] GUERRIER S, WAEGLI A, SKALOUD J, et al. Fault Detection and Isolation in Multiple MEMS-IMUs Configurations [J]. IEEE Transactiond on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48 (3):2015-2031.
- [15] REN D. Failure Detection of Dynamical Systems With the State Chi-Square Test[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1994, 17(2):271 -277.
- [16] ZEBO Z, BOFENG L, YUNZHONG S. A Window- Recursive Approach for GNSS Kinematic Navigation Using Pseudorange and Doppler Measurements[J]. The Journal of Navigation, 2013, 66 (2):1-19.
- [17] 李增科,高井祥,王坚,等.利用牛顿插值的GPS/INS组合导航惯性动力学模型[J].武汉大学学报(信息科学版),2014, 39(5),591-595.

(编辑:徐楠楠)